CASIO

Teemme työstäsi helpompaa.

Laske Laudatur ClassPadilla

Pitkä matematiikka, syksy 2017

Casio Scandinavia

Keilaranta 17 | 02150 Espoo | info@casio.fi

Hyvä lukija,

Kaksiosaiset matematiikan kokeet saivat jatkoa syksyn 2017 ylioppilaskokeissa. Tehtäväjako oli perinteinen eli A-osa (ilman laskinta) sisälsi 4 tehtävää ja tämän jälkeen B1- ja B2-osat (laskimen kanssa) antoivat muutaman vaihtoehtoisen tehtävän. Kaikkiaan tuli vastata 10 tehtävään ja maksimipistemäärä oli 60.

A-osionkin tehtävien ratkaisut tätä vihkoa varten on tehty ClassPadin avulla, vaikka kokelaat tekivätkin ne käsin ja ilman laskinta. Kuitenkin A-osassa eActivity-sovellusta on käytetty vain teksti- ja matematiikka-editorina eikä sen avulla ole ratkaistu mitään laskuja, mikä vastaa käsin paperille tehtyjä ratkaisuita.

Tämä vihkonen on ladattavissa pdf-muodossa ja ClassPadin tiedostoina (.xcp) Casion kotisivuilta. ClassPadin tiedostot aukeavat suoraan eActivity -sovellukseen kaksoisklikkaamalla ja niitä voi vapaasti muokata. Muitakin tukimateriaaleja löytyy osoitteesta (Opettaja & Koulu > Opetusmateriaalia)

http://www.casio-laskimet.fi

Casio Academy

Opiskelijoiden oppimisprosessi, matematiikan ymmärrys ja yo-kokeissa menestyminen on meille tärkeää. Syksyllä 2017 Casio avasi uuden palvelun, jossa opiskelijat voivat harjoitella matematiikan yo-kokeisiin netin välityksellä matematiikan opettajien laskiessa aiempien yo-kokeiden tehtäviä ja vastaillessa opiskelijoiden kysymyksiin. Seuraavan kerran Casio Academy kokoontuu kevään 2018 yo-kokeita ennen. Lisätiedot löytyvät kotisivuiltamme.

ClassPad Manager (Win, Mac, iOS, Android)

Ratkaisut kevään yo-kokeisiin on tehty ClassPad Manager –ohjelmalla. Samat laskut voidaan tehdä myös laskimella fx-CP400 ja vastaustiedostotkin käyvät molempiin. Samankaltainen käyttöliittymä ja tuttu valikoiden käyttö tukevat siirtymistä laskimista ohjelmien käyttöön.

ClassPad Manager-ohjelma tulee laskimen mukana ja sen voi halutessaan hankkia myös ilman laskinta, oman tarpeen mukaisesti. Ohjelma sopii erinomaisesti opetuksen tueksi älytaulun tai projektorin kaveriksi ja ohjelman käyttö kotitehtävien laskemisessa ja sähköisissä kurssikokeissa auttaa siirtymisessä kohti sähköisiä kokeita. Uutena pakettina **fx-991EX 2in1** on saatavilla funktiolaskin fx-991EX ja ClassPad Managerin 3 vuoden lisenssi. **Tämän vihkosen viimeisillä sivuilla on malliratkaisut B-osan laskintehtäviin funktiolaskimella fx-991EX**. Tiesitkö, miten paljon hyvällä funktiolaskimella voi yo-kokeissa saavuttaa?

90 päivän ilmaisen trial-version Casion ohjelmiin voit ladata osoitteesta https://edu.casio.com, josta löydät myös mm. uusimmat käyttöjärjestelmien päivitykset ja usein kysytyt kysymykset vastauksineen.

Hyvää matematiikkaa,

Espoossa 26.9.2017

Pepe Palovaara

1. a) Laske ja sievennä derivaatta $f'(2)$, kun $f(x) = x^5 + 5x$.

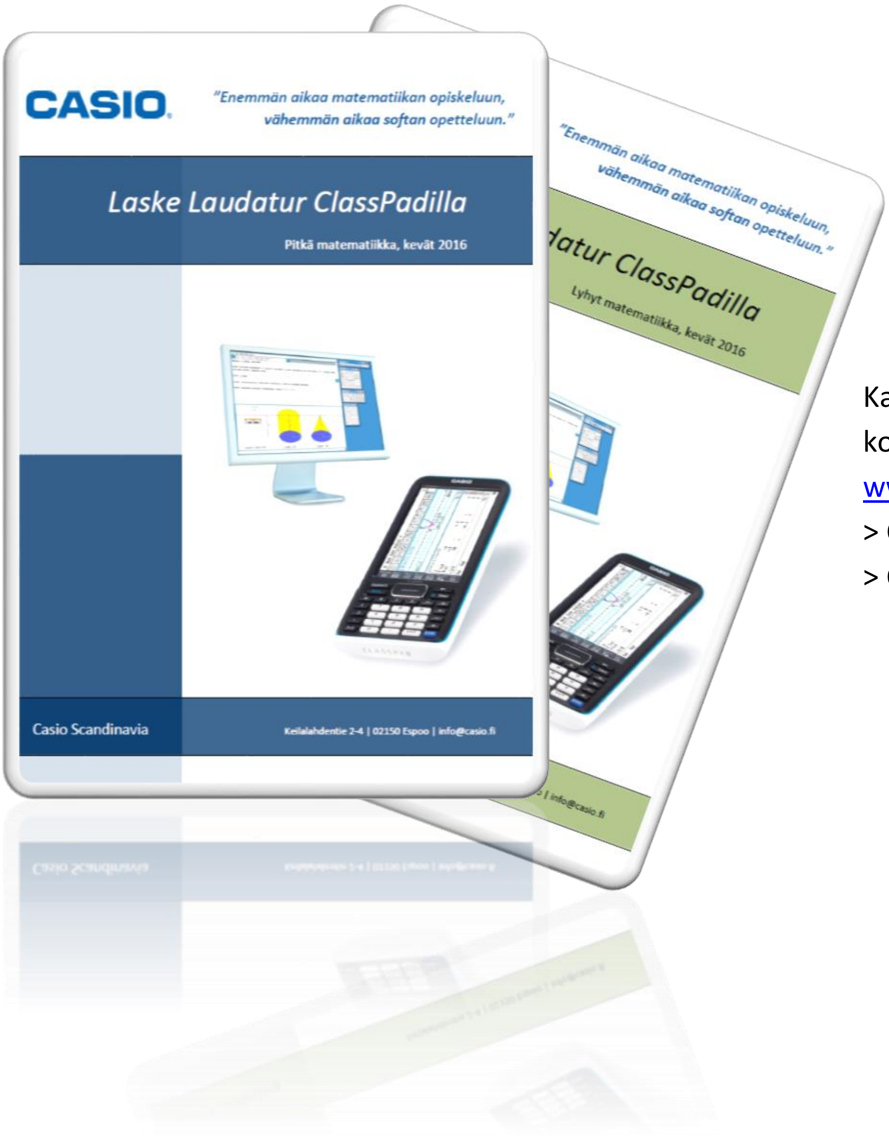
b) Laske ja sievennä derivaatta $g'(\pi)$, kun $g(x) = \sin(x)$.

c) Laske ja sievennä derivaatta $h'(2t)$, kun $h(x) = \dfrac{\ln(x)}{x}$.

a) $f'(x)=5x^4+5$, joten $f'(2)=5*2^4+5=85$

b) $g'(x)=\cos(x)$, joten $g'(\pi)=\cos(\pi)=-1$

c) $h'(x)=\dfrac{\frac{1}{x}*x-\ln(x)*1}{x^2}=\dfrac{1-\ln(x)}{x^2}$, joten $h'(2t)=\dfrac{1-\ln(2t)}{4t^2}$



Katso aiempien vuosien yo-kokeiden ratkaisut
www.casio-laskimet.fi
> Opettaja & koulu
> Opetusmateriaalia

2. a) Hannele on ratkaissut yhtälön

$$2(x^2+x+3)=8(x+1)+2x^2,$$

mutta välivaiheet ovat menneet sekaisin.
Merkitse välivaiheet (B)–(F) alla olevaan taulukkoon niin, että ne muodostavat yhtälön loogisesti etenevän ratkaisun. Vastausta ei tarvitse perustella.

(A) $2(x^2+x+3)=8(x+1)+2x^2$
(B) $\boxed{-3x=1}$
(C) $\boxed{x+3=4(x+1)}$
(D) $\boxed{x+3-4-x=4x+4-4-x}$
(E) $\boxed{x+3=4x+4}$
(F) $\boxed{x^2+x+3=4(x+1)+x^2}$
(G) $x=-\frac{1}{3}$

b) Myös Pauliinan laskun välivaiheet ovat menneet sekaisin, ja lisäksi mukaan on tullut yksi johonkin muuhun laskuun kuuluva välivaihe.
Tehtävänä on valita alla olevista kohdista (B)–(F) neljä ja järjestää ne niin, että niistä muodostuu yhtälön

$$20+4x=x^2+8$$

ratkaisu. Vastausta ei tarvitse perustella.

(A) $20+4x=x^2+8$
(B) $\boxed{x^2-4x=12}$
(C) $\boxed{x^2+4x+16=0}$
(D) $\boxed{x-2=\pm 4}$
(E) $\boxed{x^2-4x+4=16}$
(F) $\boxed{(x-2)^2=4^2}$
(G) $x=-2$ tai $x=6$

a) Oikea rivi on A, F, C, E, D, B, G.

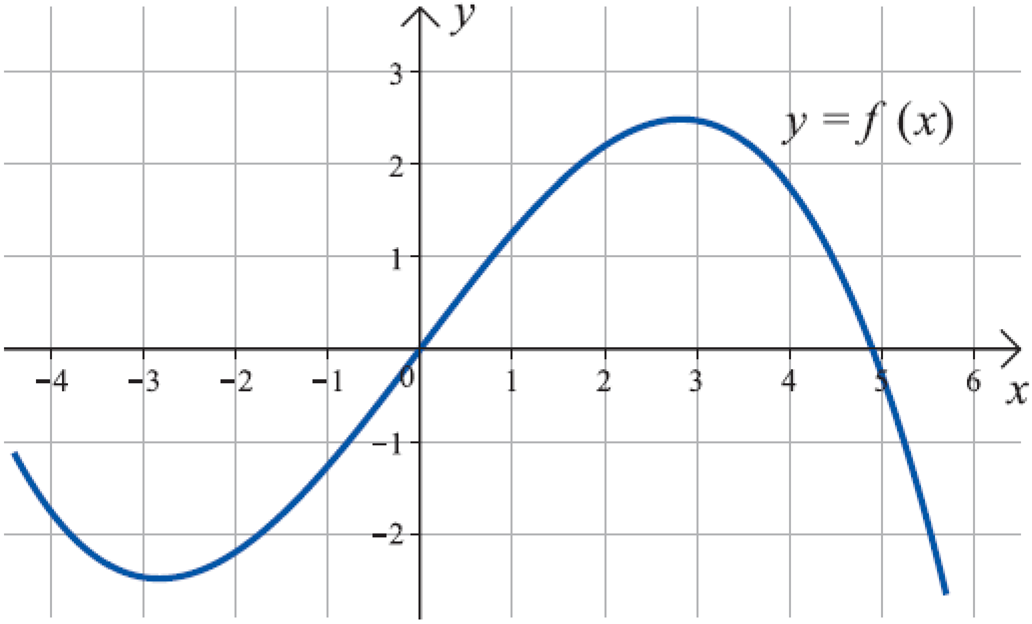
b) Turha välivaihe on C ja oikea rivi on A, B, E, F, D, G.

3. Ratkaise arvioiden oheisen kuvaajan perusteella

a) yhtälö $|f(x)| = 2$, (2 p.)

b) epäyhtälö $|f(x) - 1| < 1$. (4 p.)

Anna vastaukset yhden desimaalin tarkkuudella.



a) Funktion f(x) tulee kulkea korkeudella −2 tai 2, jotta |f(x)|=2. Kuvaajasta luettuna tällaiset pisteet ovat x≈−3.8, x≈−1.7, x≈1.7, x≈3.8 tai x≈5.5.

b) Funktion f(x) kuvaajan tulee olla korkeudella 0<y<2, sillä |f(x)−1|<1 ⇔ −1<|f(x)−1|<1 ⇔ 0<|f(x)−1|+1<2 ⇔ 0<|f(x)|<2 ⇔ 0<f(x)<2. Kuvaajasta katsottuna avoimet välit ovat 0<x<1.7 ja 3.8<x<4.8.

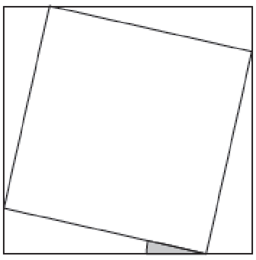
4. **a)** Olkoon $f(t) = \sin(at)$, kun $t \in \mathbf{R}$. Millä vakion $a > 0$ arvolla lausekkeen $|f'(t)|$ suurin arvo on 2?

b) Määritä lauseke funktiolle $g(x)$, jolle pätee $D\left(e^{g(x)}\right) = (6x+1)\,e^{g(x)}$ ja $g(0) = 3$.

a) $f'(t)=a*\cos(at)$, joten $|f'(t)|=a*|\cos(at)|$, koska $a>0$. Kosinifunktio on rajoitettu $-1\le\cos(at)\le1$, joten $0\le|\cos(at)|\le1$ ja suurin arvo on mahdollista vain, jos $a=2$. Kertomalla kaksoisepäyhtälö luvulla 2 saadaan $0\le2|\cos(at)|\le2$.

b) $6x+1=g'(x)$, koska se on eksponenttifunktion sisäfunktion $g(x)$ derivaatta. Täten $g(x)$ saadaan integroimalla $6x+1$. Siis $g(x)=3x^2+x+C$, missä $C\in\mathbf{R}$. Ehdosta $g(0)=3$ saadaan $3*0^2+3+C=3$, josta $C=3$. Siis $g(x)=3x^2+x+3$.

5. Kuinka monta prosenttia kuvassa olevan pienemmän neliön sivun pituus on suuremman neliön sivun pituudesta? Kuinka monta prosenttia pienemmän neliön pinta-ala on suuremman neliön pinta-alasta? Suuremman neliön sivun pituus on 1.



Merkitään kulman 12.7° vastaista kateettia a, jolloin pidempi kateetti on 1−a. Suorakulmaisesta kolmiosta saadaan ratkaistua tangentin avulla a

$\text{solve}\left(\tan(12.7°)=\frac{a}{1-a}, a\right)$

$\{a=0.1839131211\}$

Sijoitetaan saatu arvo muuttujaksi a:

$a:=0.1839131211$

0.1839131211

Pythagoraan lauseella pienemmän neliön sivu c on

$c:=\sqrt{a^2+(1-a)^2}$

0.8365535428

ja vastinjanojen suhteena pinta−alojen suhde on

c^2

0.69982183

Vastaus: Pienemmän neliön sivu on n. 83,6% suuremman neliön sivusta, jolloin pienemmän neliö pinta−ala on n. 70,0% suuremman alasta.

6. Ympyräsektorin säde on 3 ja keskuskulman suurus on α. Sektori taivutetaan ympyräpohjaisen kartion vaipaksi. Mikä on kulman α tarkka arvo silloin, kun kartion tilavuus on mahdollisimman suuri?

Lähde: <http://cliparts.co/>. Luettu 8.4.2016.

Ympyräsektorin keskuskulman $0° < \alpha < 360°$ määräämä kaaren pituus on kartion pohjaympyrän kehän pituus. Sen arvo on

$$\frac{\alpha°}{360°} * 2\pi * 3$$

$$\frac{\alpha \cdot \pi}{60}$$

Tällöin kartion pohjaympyrän säde r voidaan ratkaista yhtälöstä

$$\text{solve}(2\pi * r = \frac{\alpha \cdot \pi}{60}, r)$$

$$\left\{r = \frac{\alpha}{120}\right\}$$

Kartion korkeus h on Pythagoraan lauseella $\sqrt{3^2 - \left(\frac{\alpha}{120}\right)^2}$, joten tilavuuden lausekkeen maksimiarvo saadaan laskimella

$$\text{Fmax}\left(\frac{1}{3}\pi * \left(\frac{\alpha}{120}\right)^2 * \sqrt{3^2 - \left(\frac{\alpha}{120}\right)^2}, \alpha\right) \mid 0° < \alpha < 360°$$

$$\{\text{MaxValue} = 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \pi, \alpha = 120 \cdot \sqrt{6}\}$$

Vastaus: Kulma $\alpha = 120 \cdot \sqrt{6}°$ $(\approx 294°)$

7. Tavallista noppaa heitetään kolme kertaa, jolloin saadaan heittojärjestyksessä luvut a, b, c. Laske seuraavien tapahtumien todennäköisyydet:

a) Jono (a, b, c) on aidosti kasvava ja aritmeettinen.

b) Jono (a, b, c) on geometrinen.

a) Suotuisia, ehdot täyttäviä jonoja ovat
aritmeettinen, d=1: (1,2,3), (2,3,4), (3,4,5) ja (4,5,6)
aritmeettinen, d=2: (1,3,5) ja (2,4,6).

Yhteensä erilaisia jonoja on 6^3 kpl. Kysytty todennäköisyys on

$$\frac{6}{6^3}$$

$$\frac{1}{36}$$

Vastaus: $\frac{1}{36}$

b) Suotuisia, ehdot täyttäviä jonoja ovat
geometrinen, q=1: (1,1,1), (2,2,2), (3,3,3), (4,4,4), (5,5,5) ja (6,6,6)
geometrinen, q=2: (1,2,4)
geometrinen, q=0.5: (4,2,1)
Todennäköisyys on täten

$$\frac{8}{6^3}$$

$$\frac{1}{27}$$

Vastaus: $\frac{1}{27}$

8. Eksponenttifunktion e^x likiarvoja voidaan laskea n-asteisten polynomien

$$P_n(x) = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$

avulla, kun $n = 1, 2, 3, \ldots$

a) Kuinka suuri suhteellinen virhe syntyy, kun Neperin luvun e likiarvona käytetään lukua $P_5(1)$?

b) Eksponenttifunktion derivaatalle pätee $De^x = e^x$, kun $x \in \mathbf{R}$. Osoita, että tehtävän polynomeille on voimassa

$$P_n'(x) = P_{n-1}(x)$$

kaikilla $n = 2, 3, 4, \ldots$

c) Määritä pienin mahdollinen asteluku n, jolle

$$|P_n(x) - P_n'(x)| < 10^{-6}$$

kaikilla $0 \leq x \leq 1$. Tarvittavan epäyhtälön voi ratkaista esimerkiksi kokeilemalla.

a) Suhteellisen virheen suuruus on

$$100 * \frac{\left|1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{120}-e^1\right|}{e^1}$$

0.05941848176

Koska

$$e^1-\left(1+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{24}+\frac{1}{120}\right)$$

1.615161792E-3

on positiivinen, niin arvio on liian pieni.

Vastaus: Virhe on suhteellisesti noin 0.059% tarkkaa arvoa pienempi.

b) Derivoimalla saadaan

$$P'_n(x)=0+\frac{1}{1!}*1+\frac{1}{2!}*2x+\frac{1}{3!}*3x^2+\ \ldots\ +\frac{1}{n!}*n*x^{n-1}$$

Viimeinen termi supistuu $\frac{1}{n!}*n*x^{n-1}=\frac{1}{n(n-1)!}*n*x^{n-1}=\frac{1}{(n-1)!}*x^{n-1}$ ja jokainen termi samoin vakioiden osalta. Koko lauseke saadaan muotoon

$$1+\frac{1}{1!}*x+\frac{1}{2!}*x^2+\ \ldots\ +\frac{1}{(n-1)!}*x^{n-1}=P_{n-1}(x).$$ mot

c) Edellisen kohdan nojalla $|P_n(x)-P'_n(x)|=|P_n(x)-P_{n-1}(x)|=\left|\frac{x^n}{n!}\right|=\frac{x^n}{n!}$.

Saadaan epäyhtälö $\frac{x^n}{n!}<10^{-6}$, $n=1,2,3,...$ ja $0\le x\le 1$. Kun positiivisen murtoluvun osoittaja kasvaa, niin koko lausekkeen arvo kasvaa. Osoittaja on suurin, kun $x=1$. Tutkimalla epäyhtälöä ylärajalla $x=1$ saadaan myös alarajan $x=0$ tyydyttävä vastaus. Osoittaja $1^n=1$, joten pitää tutkia, milloin $n!>10^6$.

9!

362880

10!

3628800

Täten $\frac{x^n}{n!}<10^{-6}$, kun $n=10$.

9. a) Olkoot $a > 0$ ja

$$f(t) = ae^{-at},$$

kun $t \geq 0$. Osoita, että funktio $f(t)$ toteuttaa ehdon

$$\int_0^\infty f(t)\,dt = 1,$$

jokaisella parametrin a arvolla. Tästä seuraa, että $f(t)$ on erään jatkuvan todennäköisyysjakauman tiheysfunktio. Jakaumaa kutsutaan *eksponenttijakaumaksi*. Huom.: Pelkkä laskin ei riitä perusteluksi.

b) Eksponenttijakaumalla voidaan kuvata mm. peräkkäisten neutriinohavaintojen välistä aikaa. Eräällä havaintolaitteella peräkkäisten havaintojen väliajan mediaani oli 46,90 minuuttia, eli puolessa tilastoiduista tapauksista väliaika oli tätä pienempi ja puolessa suurempi. Millä parametrin a arvolla tiheysfunktio $f(t)$ kuvaa näitä mittaustuloksia?

a) $\int_0^\infty ae^{-at}dt=\lim_{b\to\infty}\left(\int_0^b ae^{-at}dt\right)=\lim_{b\to\infty}\left(-\int_0^b -ae^{-at}dt\right)=\lim_{b\to\infty}\left(\int_b^0 -ae^{-at}dt\right)$

$=\lim_{b\to\infty}\left(\left(e^{-a*0}\right)-\left(e^{-ab}\right)\right)=e^0-\lim_{b\to\infty}\left(e^{-ab}\right)=1-\lim_{b\to\infty}\left(\frac{1}{e^{ab}}\right)=1-0=1$, $a>0$. mot

b) Mediaani M määrää tiheysfunktion ylärajan siten, että integraalin arvoksi saadaan 0.5. Hyödyntämällä edellä laskettua, saadaan

$$1-\lim_{b\to M}\left(\frac{1}{e^{a*b}}\right)=\frac{1}{2}$$

$$-e^{-M\cdot a}+1=\frac{1}{2}$$

Sijoitetaan tehtävässä annettu mediaanin arvo ja ratkaistaan parametri a:

$$\text{solve}\left(-e^{-46.90\cdot a}+1=\frac{1}{2}, a\right)$$

$$\left\{a=\frac{10\cdot\ln(2)}{469}\right\}$$

$$\left\{a=\frac{10\cdot\ln(2)}{469}\right\}$$

$$\{a=0.01477925758\}$$

Vastaus: Parametri $a=\frac{10\cdot\ln(2)}{469}\approx 0.0148.$

10. Juha yrittää todistaa seuraavan väitteen: *Jos positiivinen kokonaisluku on jaollinen luvulla 3, niin se on jaollinen luvulla* 6. Hän ehdottaa seuraavaa todistusta:

> Oletetaan, että a on jaollinen luvulla 6. Tällöin on olemassa kokonaisluku b, jolle pätee $a = 6b$. Nyt $a = 3 \cdot 2b$. Siksi a on jaollinen luvulla 3.

Osoita, että Juhan väite ei pidä paikkaansa. Mikä päättelyssä on väärin? Minkä väitteen Juhan päättely todistaa?

Luku 3 on positiivinen kokonaisluku ja jaollinen itsellään eli luvulla 3. Se ei kuitenkaan ole jaollinen luvulla 6 eli väite on väärä.

Juha lähtee todistamaan käyttämällä hyväksi väitettä eikä oletusta. Näin ei voi todistaa mitään oikeaksi.

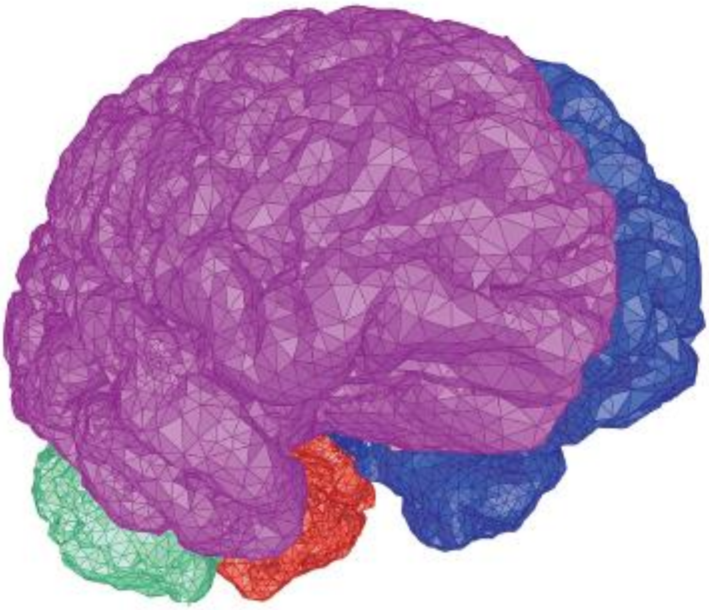
Juha todistaa, että kuudella jaollinen luku on myös kolmella jaollinen.

11. Kolmiulotteisissa mallinnusohjelmissa kappaleet esitetään usein kolmioinnin avulla. Tällöin kappaleen pintaa kuvataan suurella määrällä pieniä kolmioita. Jotta voidaan selvittää, mikä kappaleen kohta näkyy tietystä pisteestä tiettyyn suuntaan katsottuna, täytyy selvittää, mikä kolmio ensimmäisenä tulee vastaan, kun liikutaan katselupisteestä annettuun suuntaan. Vastaa seuraavaan kysymykseen, joka liittyy tähän ongelmaan:

Osuuko origosta vektorin $\overline{s} = \overline{i} + \overline{j} + \overline{k}$ suuntaan lähtevä puolisuora kolmioon, jonka kärkien paikkavektorit ovat

$$\begin{aligned} \overline{a} &= 3\overline{i} + 2\overline{j} + 4\overline{k} \\ \overline{b} &= 2\overline{i} + 3\overline{j} + 4\overline{k} \\ \overline{c} &= 4\overline{i} + 3\overline{j} + 2\overline{k}? \end{aligned}$$

Oletetaan tunnetuksi, että kyseessä olevan kolmion pisteet ovat muotoa $\alpha\,\overline{a} + \beta\,\overline{b} + \gamma\,\overline{c}$, kun $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$ ja $\alpha + \beta + \gamma = 1$.



Lähde: <http://i.cs.hku.hk/~wchu/>. Luettu 8.4.2016.

Tehtävässä vektoreita merkitään lihavoiduin kirjaimin. Origosta lähtevän puolisuoran vektorimuotoinen yhtälö on OP_1=t***s**, missä t ∈ R. Vastaavasti kolmion kautta kulkean taseon vektorimuotoinen yhtälö on OP_2=q*(**b**−**a**)+r*(**c**−**a**), missä q, r ∈ R.

Puolisuora osuu kolmion virittämään tasoon, mikäli vektorimuodot ovat samat eli $OP_1=OP_2$. Vektorin komponenttien yksikäsitteisyydestä seuraa se, että vektorimuodot ovat samat vain, jos vastinkomponenttien kertoimet ovat samat. Ratkaistaan ehdoista saatu yhtälöryhmä:

$$\left.\begin{cases} t=3-q+r \\ t=2+q+r \\ t=4-2r \end{cases}\right|_{t,\,q,\,r}$$

$$\left\{t=3,\ q=\frac{1}{2},\ r=\frac{1}{2}\right\}$$

Tällöin suoran ja tason yhteinen piste olisi $OP_1=3*\mathbf{s}$ ja pisteen koordinaatit paikkavektorin komponenttien kertoimista (3, 3, 3). Tutkitaan vielä, totetuvatko ehdot $\alpha+\beta+\gamma=1$ ja $\alpha, \beta, \gamma \geq 0$. Lasketaan lineaarikombinaation $\alpha\mathbf{a}+\beta\mathbf{b}+\gamma\mathbf{c}$ komponenttien kertoimet ja tutkitaan saadaanko pisteen (3, 3, 3) koordinaatit sopimaan kolmioon:

$$\left.\begin{cases} 3=3\alpha+2\beta+4\gamma \\ 3=2\alpha+3\beta+3\gamma \\ 3=4\alpha+4\beta+2\gamma \end{cases}\right|_{\alpha,\,\beta,\,\gamma}$$

$$\left\{\alpha=0,\ \beta=\frac{1}{2},\ \gamma=\frac{1}{2}\right\}$$

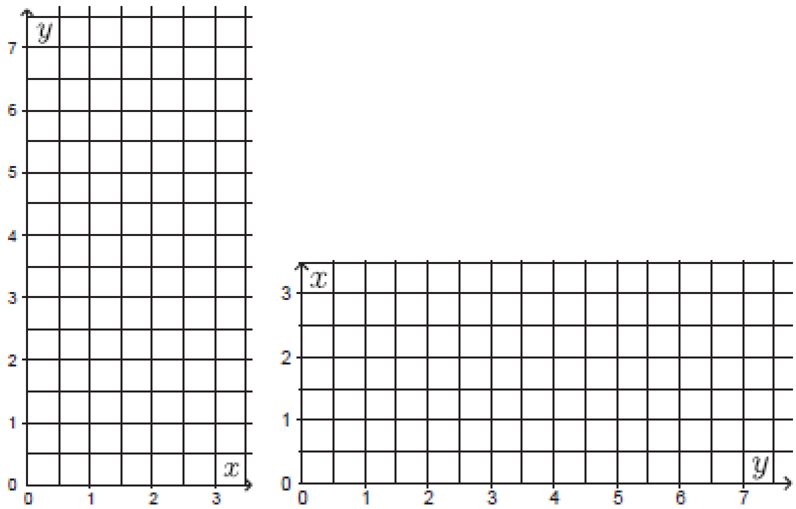
Koska $0+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$ ja luvut ovat epänegatiiviset, puolisuora osuu kolmioon.

12. Tutkitaan funktiota $f(x)=\frac{1}{6}x^3$ ja sen kuvaajaa $y=f(x)$.

a) Kopioi alla olevat koordinaatistot vastauspaperiisi ja piirrä niihin funktion $f(x)$ kuvaaja. Huomaa akselien merkinnät.

b) Laske $f'(2)$ ja $(f^{-1})'(f(2))$.

c) Perustele graafisesti kaava $(f^{-1})'(f(x))=\dfrac{1}{f'(x)}$, kun $x\neq 0$.



CASIO

b) Määritellään funktio f, sen derivaattafunktio fd ja derivaatan arvo pisteessä x=2:

Define $f(x)=\frac{1}{6}x^3$

done

Define $fd(x)=\frac{d}{dx}(f(x))$

done

fd(2)

2

Ratkaistaan ja määritellään funktion f käänteisfunktio fk:

$solve(y=\frac{1}{6}x^3, x)$

$\left\{x=(6\cdot y)^{\frac{1}{3}}\right\}$

$invert(x=(6\cdot y)^{\frac{1}{3}})$

$y=(6\cdot x)^{\frac{1}{3}}$

Define $fk(x)=(6\cdot x)^{\frac{1}{3}}$

done

Lasketaan käänteisfunktion fk derivaatan arvo kohdassa f(2):

$\frac{d}{dx}(fk(x))\,|x=f(2)$

0.5

c) Käyrän f(x) derivaatan arvo f'(x), $x\neq0$, on kohtaan x piirretyn tangentin kulmakerroin. Tämän käänteisluku on käyrälle $f^{-1}(x)$ kohtaan f(x) piirretyn tangentin kulmakerroin eli $(f^{-1})'(f(x))=\frac{1}{f'(x)}$.

13. Olkoon $f(x)$ funktio, joka on määritelty välillä $0 \leq x \leq 12$. Alla on esitetty funktion

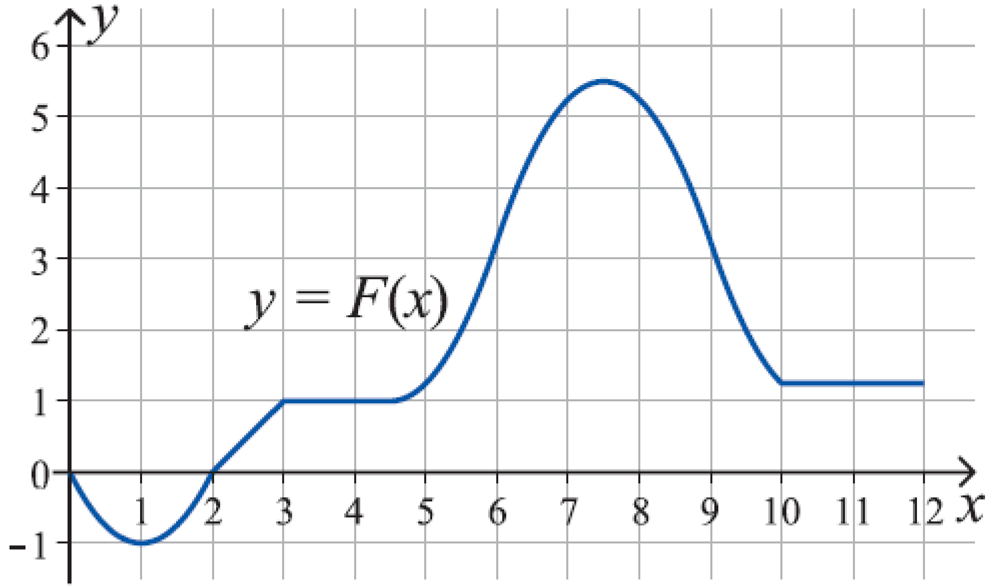
$$F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$$

kuvaaja välillä $0 \leq x \leq 12$. Arvioi kuvaajan perusteella

a) määrättyä integraalia $\int_1^4 f(t)\,dt$

b) millä väleillä funktio $f(x)$ on vakio

c) millä väleillä funktio $f(x)$ on aidosti vähenevä.



a) $\int_1^4 f(t)dt = F(4) - F(1) \approx 1 - (-1) = 2$

b) f(x) on vakio siellä, missä sen integraalifunktio F(x) on suora. Tällaiset välit ovat kuvasta katsottuna $2 \leq x \leq 4.6$ ja $10 \leq x \leq 12$.

c) f(x) vähenee aidosti, kun F(x) on ylöspäin kupera eli kun $6 \leq x \leq 9$.

Uutta tukea opiskelijoille!

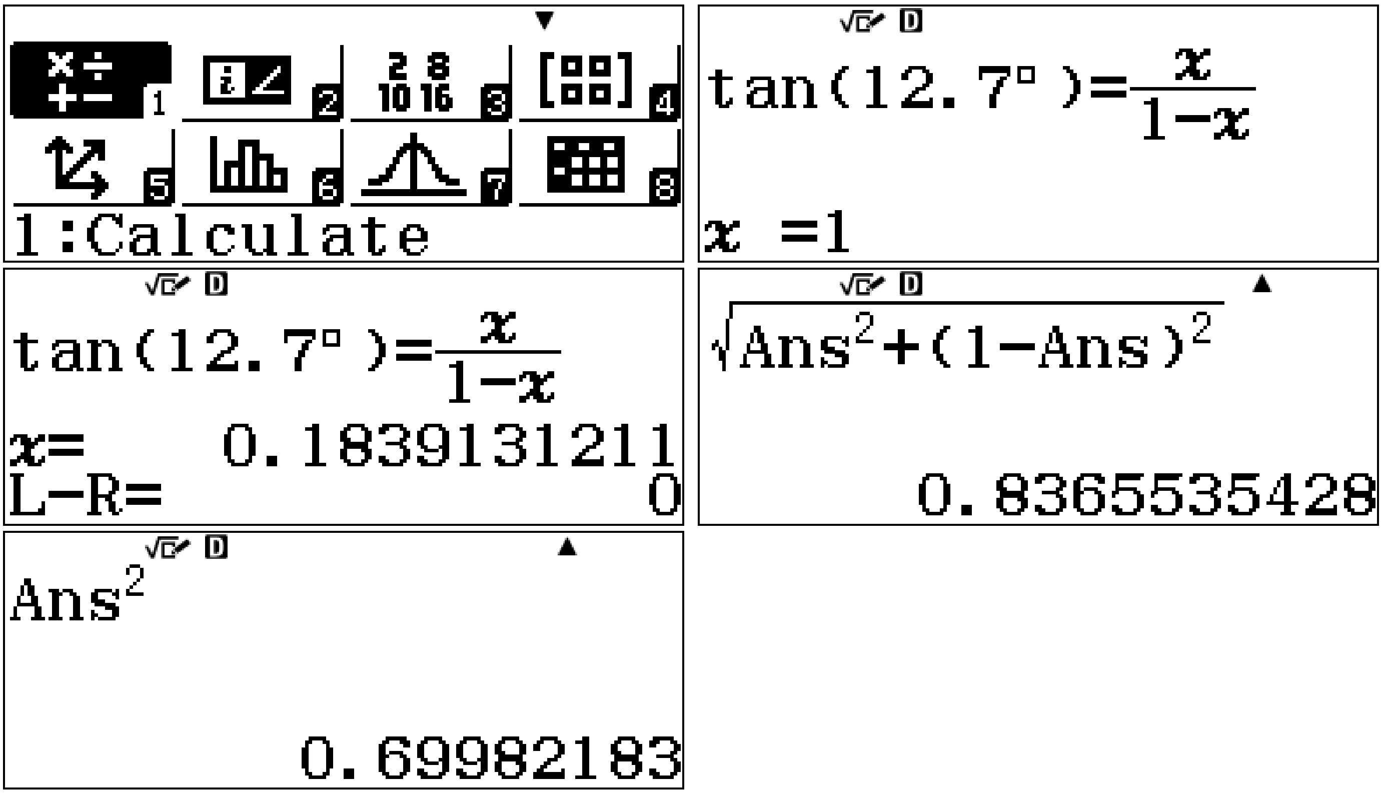
Kansainvälinen tukisivusto

https://edu.casio.com

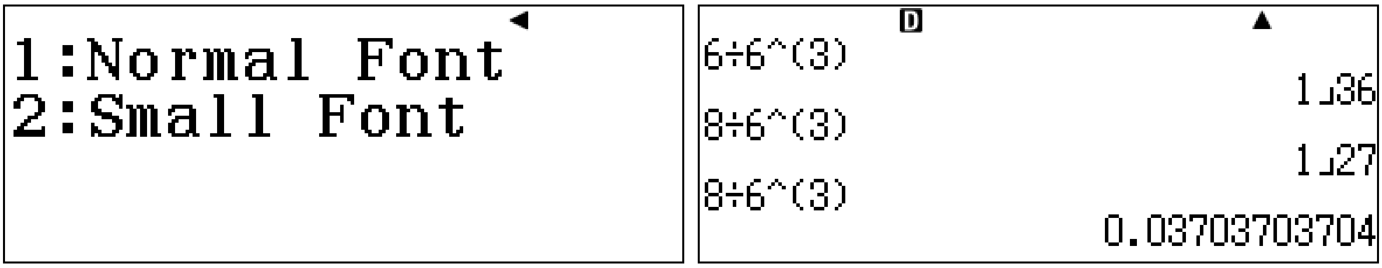
palvelee 24/7.

ClassWiz fx-991EX Pitkän matematiikan B-osan tehtävissä 5,7,8,9,11 ja 12.

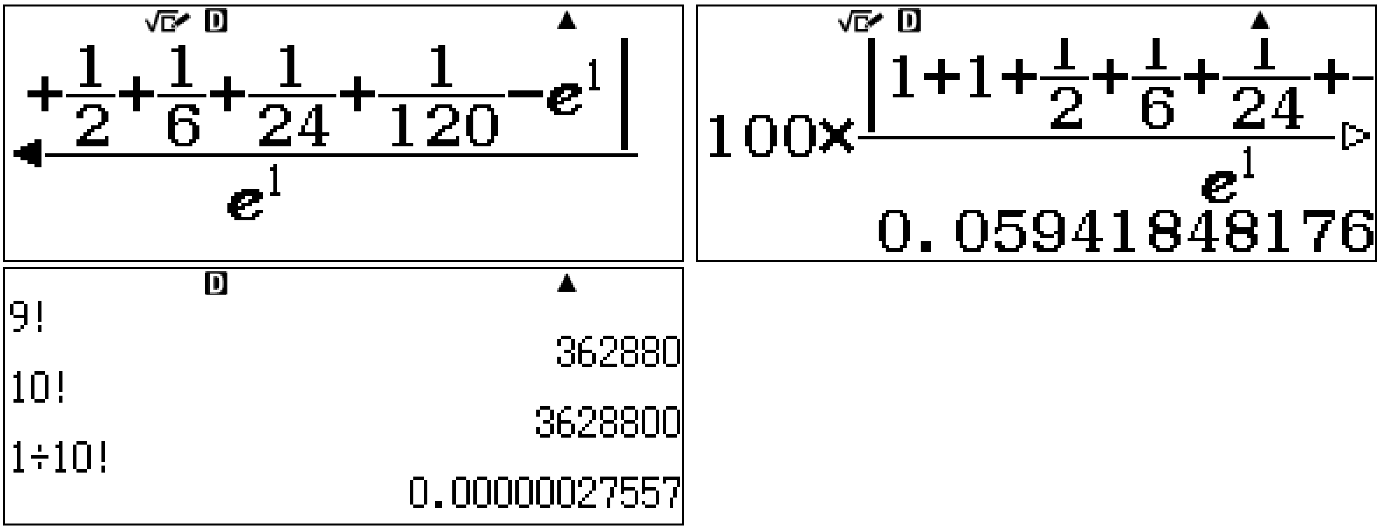
5) Koko tehtävä on ratkaistu Calculate-sovelluksessa.



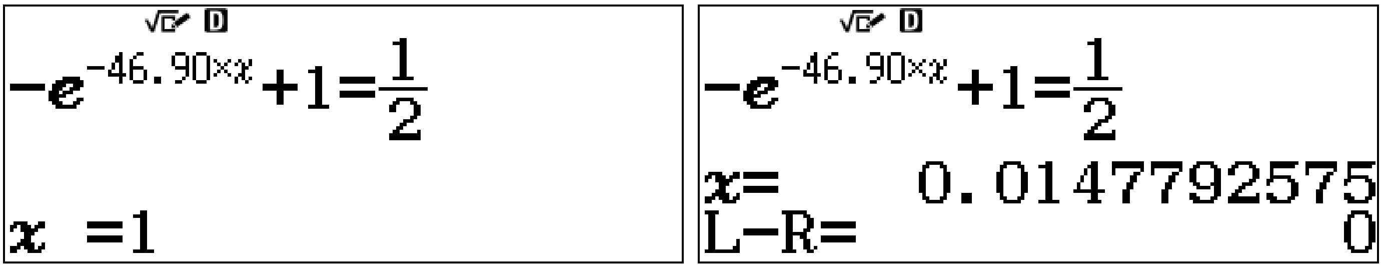
7) Käyttäjä voi asettaa halutessaan pienen fontin, jolloin lineaarisessa tilassa laskimeen sopii 6 riviä:



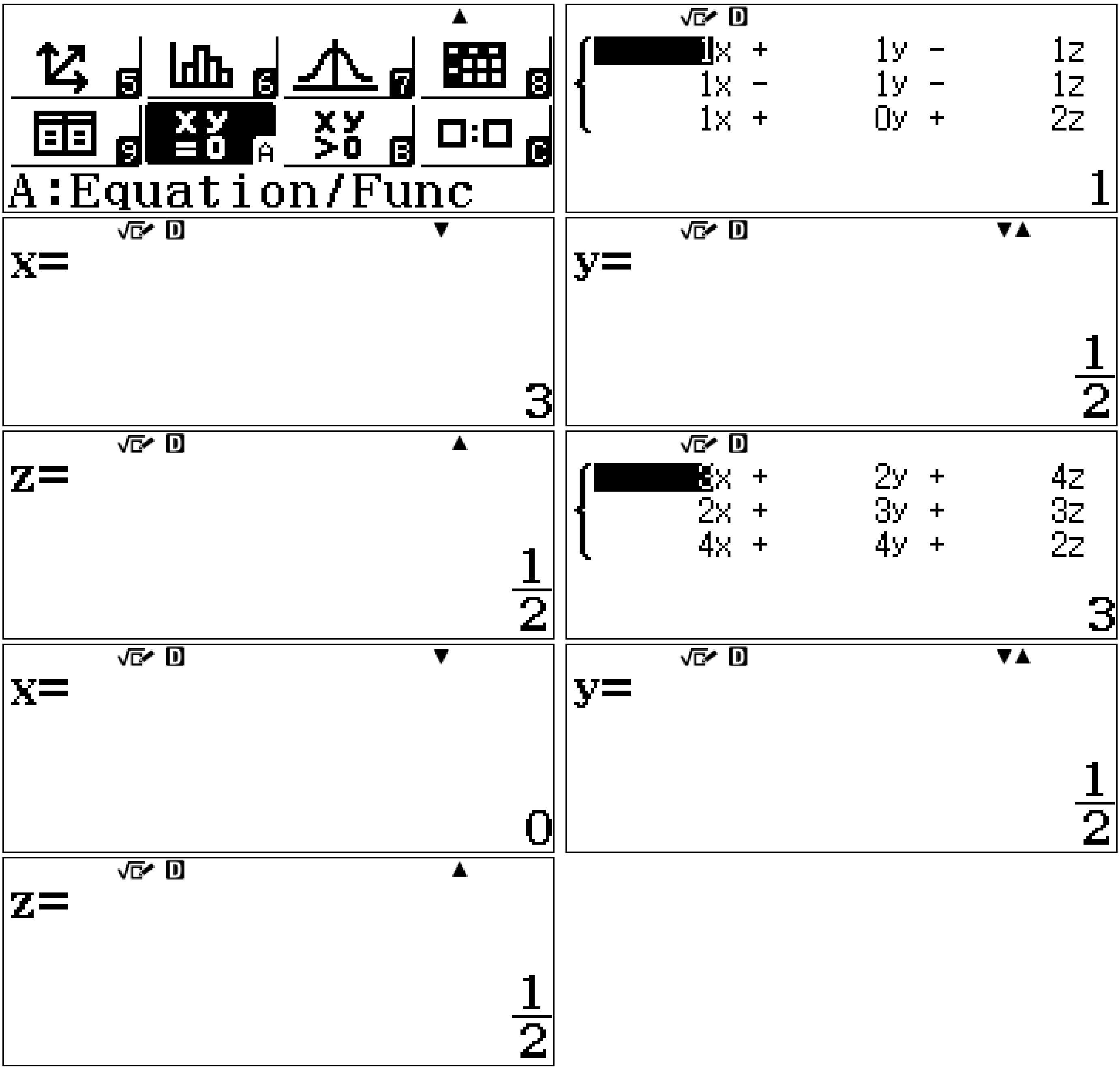
8) a- ja c-kohdissa laskut saadaan Calculate-sovelluksessa.



9) Yhtälö syötetään Calculate-sovellukseen ja käytetään numeerista ratkaisinta alkuarvolla 1.



11) Equation/Func-sovelluksessa voidaan ratkaista vektoreiden kertoimien yhtälöryhmät:

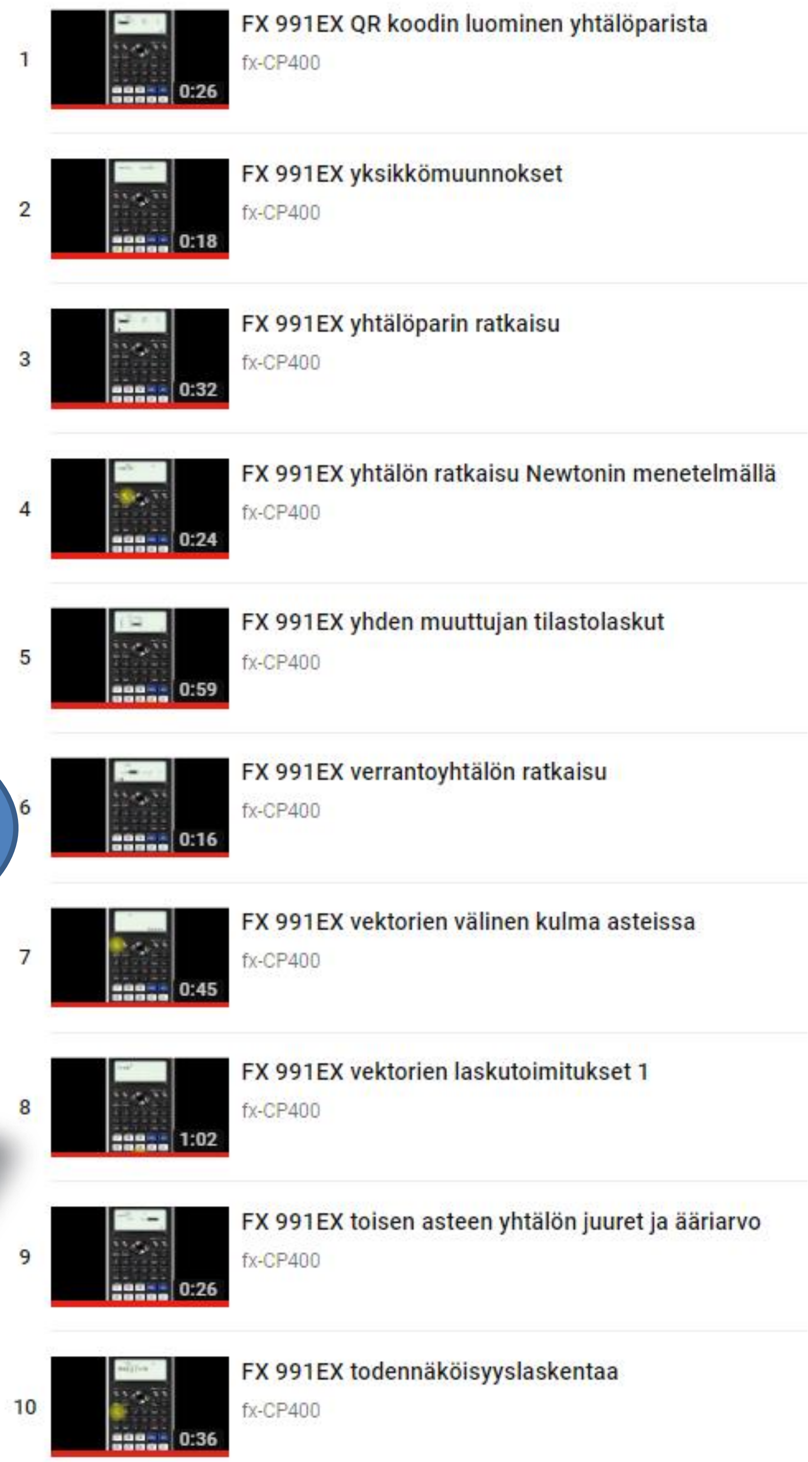


12) Derivaatan arvot pisteessä saadaan suoraan Calculate-sovelluksessa.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{6}x^3\right)\Big|_{x=2} \qquad 2$$

$$\frac{d}{dx}\left(\sqrt[3]{6x}\right)\Big|_{x=\frac{8}{6}} \qquad 0.5$$

ClassWiz fx-991EX
Huima tehopakkaus
taskukoossa.



Muistiinpanoja ja huomioita