Teemme työstäsi helpompaa.

Laske Laudatur ClassPadilla

Lyhyt matematiikka, kevät 2018

Casio Scandinavia

Keilaranta 17 | 02150 Espoo | info@casio.fi

Hyvä lukija,

Viimeinen paperille kokonaisuudessaan vastattu kevään ylioppilaskoe matematiikassa on nyt tehty! Keväästä 2019 alkaen vastausvälineenä niin A- kuin B-osan tehtäviinkin on tietokone. Toki suttupaperia saa käyttää ja B-osassa laskinkin saa olla mukana -vastaukset kuitenkin siirretään YTL:n sähköiseen vastauskenttään Abitissa.

A-osion tehtävien ratkaisut tätä vihkoa varten on tehty ClassPadin avulla, vaikka kokelaat tekivätkin ne käsin ja ilman laskinta. A-osassa eActivity-sovellusta on käytetty vain teksti- ja matematiikka-editorina eikä sen avulla ole ratkaistu mitään laskuja. Tämä vastaa käsin paperille tehtyjä ratkaisuja. B-osiossa on hyödynnetty CAS-laskentaa.

Tämä vihkonen on ladattavissa pdf-muodossa ja kaikki tehtävien ratkaisut ovat saatavilla myös ClassPadin tiedostoina (.xcp) Casion kotisivuilta. ClassPadin tiedostot aukeavat suoraan eActivity -sovellukseen kaksoisklikkaamalla ja niitä voi vapaasti muokata. Tiedostot voidaan myös siirtää laskimeen. Tukesi pähkinänkuoressa löytyy osoitteesta

http://www.casio-laskimet.fi

Casio Academy – videot soittolistalla

Syksyllä 2017 Casio avasi uuden palvelun, jossa opiskelijoilla oli mahdollisuus harjoitella matematiikan yo-kokeisiin netin välityksellä matematiikan opettajien laskiessa aiempien yo-kokeiden tehtäviä ja vastaillessa opiskelijoiden kysymyksiin. Opiskelijoiden tukeminen ja opinnoissa auttaminen on meille tärkeää. Toiminta jatkui tänä keväänä ja viime syksyiset malliratkaisut löytyvät jo tallenteina YouTubesta osoitteesta

https://bit.ly/casio-academy

ClassPad Manager (Win, Mac, iOS, Android)

Siirtyminen ClassPadin kämmenlaitteesta fx-CP400 tietokoneohjelman ClassPad Manager käyttöön ei vaadi käyttäjältä kummoisia toimia. Laskin itsessään on jo kuin tablettilaite: suuri kosketus-näyttö, näkymä vaakaan ja pystyyn, käyttö sormella tai kosketuskynällä, komennot alasveto-valikoista, jne. Nyt työtilan kooksi saadaan koko näyttö ja tiedostojen siirtely on nopeampaa!

Mukavia hetkiä kevään 2018 yo-ratkaisujen parissa,

Espoossa 27.3.2018

Pepe Palovaara

1. Ratkaise yhtälöt **a)** $x^2 = 64$, **b)** $2^y = 64$ ja **c)** $z^3 = 64$.

Tehtävä 1

a) $x^2=64$ | $\sqrt{}$

$x=\pm\sqrt{64}$

$x=\pm 8$

b) $2^y=64$ | muodostetaan samat kantaluvut

$2^y=2^6$ | kantaluvut samat, riittää verrata eksponentteja

$y=6$

c) $z^3=64$ | $\sqrt[3]{\square}$

$z=\sqrt[3]{64}$

$z=\sqrt[3]{4^3}$

$z=4$

2. Selvitä seuraavissa tilanteissa se, kummalla tavalla loppuhinta on korkeampi vai ovatko loppuhinnat yhtä suuria. Kaikissa tilanteissa alkuperäinen hinta on 299 euroa. Hintoja ei tarvitse laskea, jos osaat perustella vastauksesi jollakin muulla tavalla.

a) Tapa 1: tuotteen hinta nousee ensin 10 % ja nousee vielä uudestaan 10 %.
Tapa 2: tuotteen hinta nousee 20 %.

b) Tapa 1: tuotteen hinta laskee ensin 10 % ja nousee sitten 10 %.
Tapa 2: tuotteen hinta nousee ensin 10 % ja laskee sitten 10 %.

c) Tapa 1: tuotteen hinta nousee ensin 20 % ja laskee sitten 20 %.
Tapa 2: tuotteen hinta nousee ensin 30 % ja laskee sitten 30 %.

Tehtävä 2

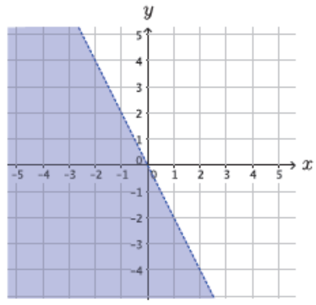
a) 10% korotus tekee hinnasta 1.1−kertaisen. Kaksi peräkkäistä korotusta $1.1^2=1.21$−kertaisen. Tämä on suurempi kuin 20% kertakorotuksen hinta, joka on 1.20−kertainen alkuperäiseen verrattuna. Siis Tapa 1 antaa korkeamman hinnan.

b) Koska 10% korotus tekee hinnasta 1.1−kertaisen ja 10% alennus 0.9−kertaisen, on aivan sama kummassa järjestyksessä kertoimet kerrotaan keskenään. Siis 1.1*0.9=0.9*1.1 ja hinnasta tulee kummassakin tapauksessa sama.

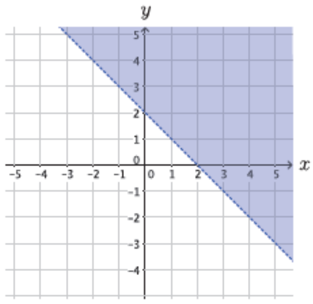
c) Tapa 1 antaa lopullisen hintakertoimen 1.2*0.8=0.96 ja Tapa 2 1.3*0.7=0.91. Tapa 1 antaa korkeamman hinnan.

3. Yhdistä kuhunkin xy-tason sinisellä varjostettuun alueeseen sitä vastaava epäyhtälö. Kolme epäyhtälöä jää käyttämättä.

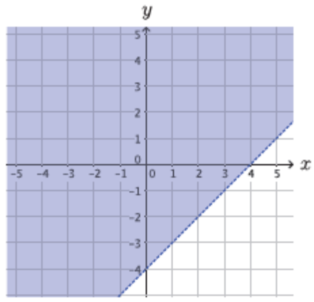
(A) $x > -y + 2$	(B) $y < -2x$	(C) $y > x - 4$
(D) $x < -2$	(E) $y > 2$	(F) $x + y > 0$
(G) $2x + y > 0$	(H) $y < 3x + 4$	(I) $x + y < 2$



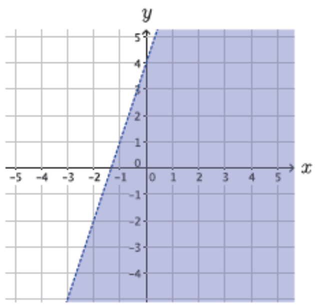
B



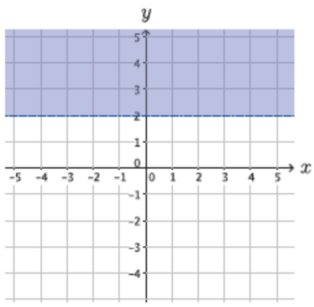
A



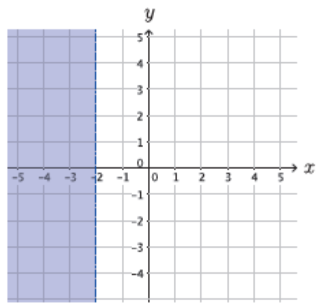
C



H



E



D

Tehtävä 3

Lyhyet perustelut jokaiselle kuvalle. Ylärivi vasemmalta oikealle:

1) Origon kautta kulkevan suoran alapuolinen alue, k=−2.
2) Pisteessä (0,2) y−akselin leikkaavan laskevan suoran yläpuolinen alue, k=−1.
3) Pisteessä (0,−4) y−akselin leikkaavan nousevan suoran yläpuolinen alue, k=1.

Alarivi vasemmalta oikealle:

4) Pisteessä (0,4) y−akselin leikkaavan nousevan suoran alapuolinen alue, k=3.
5) Vaakasuoran y=2 yläpuolinen alue.
6) Pystysuoran x=−2 vasemmanpuoleinen alue.

Oikeat epäyhtälöt ovat vastaavasti

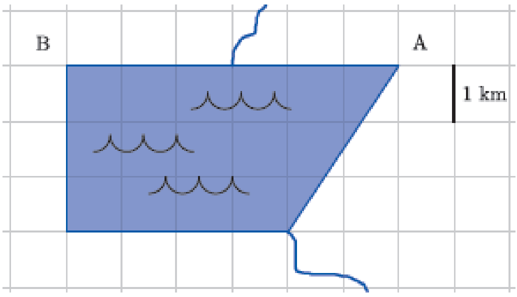
1:B 2:A 3:C
4:H 5:E 6:D

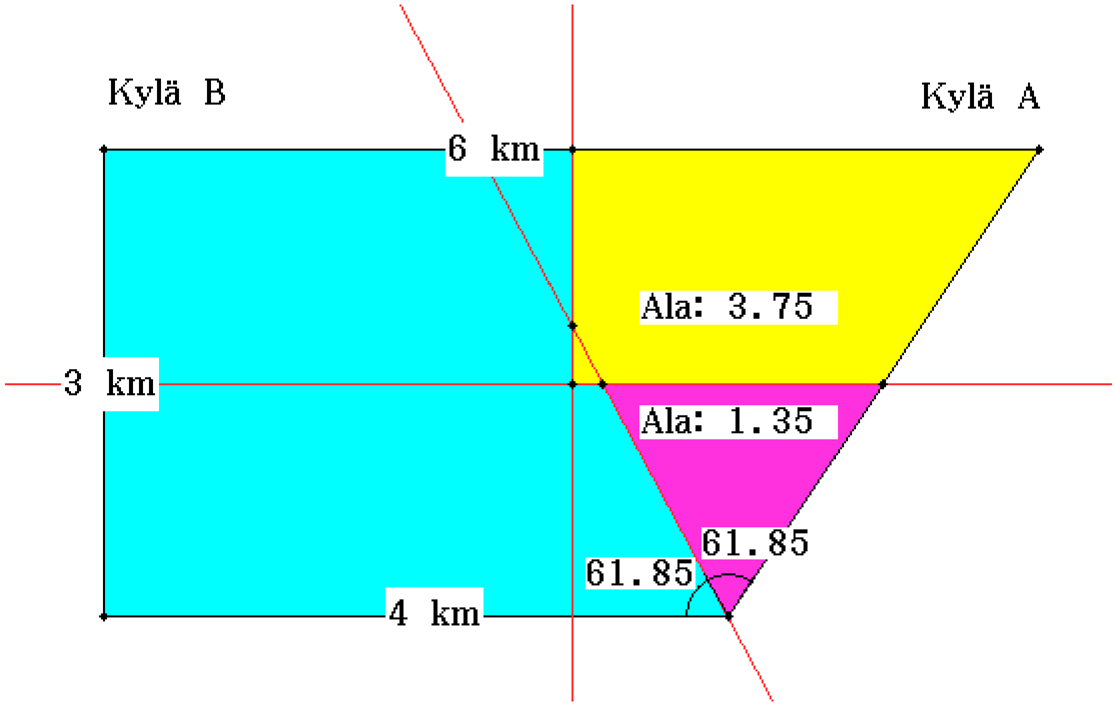
4. Vuonna 1902 säädettiin *Laki, sisältävä määräyksiä välirajasta vedessä ja vesialueen jaosta* (23.7.1902/31), joka on edelleen voimassa. Seuraavassa on lain ensimmäinen pykälä.

> 1 § Järven rannalla sijaitsevilla kylillä olkoon osa järveen rajalinjan ja kylän tilusten mukaan, siten että kukin vallitsee sen osan vettä ja veden alaista pohjaa, joka on lähempänä omaa rantaa kuin toisen.

Nykykielellä ilmaistuna: Kylän vesialuetta ovat ne järven kohdat, jotka ovat lähempänä tämän kylän rantaa kuin muiden kylien rantoja.

Alla olevassa havainnekartassa esiintyvät kylät A ja B, joiden maaraja muodostuu kahdesta joesta. Piirrä karttaan kylien A ja B välinen vesiraja sekä arvioi kylien vesialueiden pinta-alat yhden neliökilometrin tarkkuudella.





Tehtävä 4

Kuva Geometria−sovelluksessa =>

Koko järven pinta−ala on puolisuunnikkaana (km^2) n.

$3*\frac{6+4}{2}$

15

ja kylän A vesialue koostuu kahdesta osasta:

1) Keltaisella väritetystä puolisuunnikkaasta, jota rajoittaa vasemmalta yläjoen suusta piirretty normaali ja alhaalta vasemman rannan keskinormaali. Tämän pinta−ala on noin

$1.5*\frac{3+2}{2}$

3.75

2) Magentalla väritetystä kolmiosta, jonka oikea kylki on kylän A puoleinen ranta, yläreuna järven vasemman rannan keskinormaali ja vasen kylki järven oikeaan alanurkkaan piirretty kulmanpuolittaja.

Järven alareunan jatkeelle magentan kolmion oikealle puolelle piirretty kulma on n.

$\tan^{-1}(\frac{3}{2})$

56.30993247

joten kulmanpuolittajan muodostama kolmion kulma on n.

$\frac{180°-56.30993247°}{2}$

61.84503377

Kolmio on tasakylkinen ja kyljen pituus on

$k:=\frac{\sqrt{2^2+3^2}}{2}$

1.802775638

ja pinta−ala

$\frac{1}{2}*k^2*\sin(56.30993247)$

1.352081728

Yhteensä vesialueen suuruus on noin

$3.75+1.352081728$

5.102081728

Siis neliökilometrin tarkkuudella kylän B vesialue on 10 km^2 ja kylän A 5 km^2.

5. Mauna Loa -observatoriossa Havaijilla on mitattu ilmakehän hiilidioksidipitoisuutta jo vuodesta 1958 alkaen. Maaliskuussa 1958 mittaukset osoittivat ilmakehän hiilidioksidipitoisuudeksi noin 316 ppm (*parts per million* eli miljoonasosaa). Maaliskuussa vuonna 2016 pitoisuudeksi mitattiin noin 405 ppm.

a) Kuinka monta prosenttia hiilidioksidin määrä ilmakehässä on lisääntynyt edellä mainittujen mittauskertojen välillä?

b) Tutkija mallintaa hiilidioksidipitoisuuden kasvua suoralla $y = kt + 316$. Tässä y kuvaa hiilidioksidipitoisuutta (yksikkönä ppm) ja t kulunutta aikaa vuoden 1958 maaliskuusta alkaen (yksikkönä vuosi). Määritä se suoran kulmakerroin k, jolla malli antaa mitatun tuloksen maaliskuussa 2016.

c) Minkä arvon b-kohdan mallisi antaa maaliskuun 2020 hiilidioksidipitoisuudelle?

Tehtävä 5

a) Hiilidioksidin määrän kasvua kuvaava kerroin on

$$\frac{405}{316}$$

1.28164557

mikä tarkoittaa n. 28,2% kasvua.

b) Suoran jyrkkyys k saadaan laskemalla $\frac{CO_2\text{-pitoisuuden muutos}}{\text{ajan muutos}}$ eli

$$k=\frac{405-316}{2016-1958}$$

$$k=\frac{89}{58}$$

c) Ratkaistaan y suoran yhtälöstä, kun

t=2020−1958

t=62

Näin saadaan

$$y=\frac{89}{58}*62+316$$

$$y=\frac{11923}{29}$$

$$y=\frac{11923}{29}$$

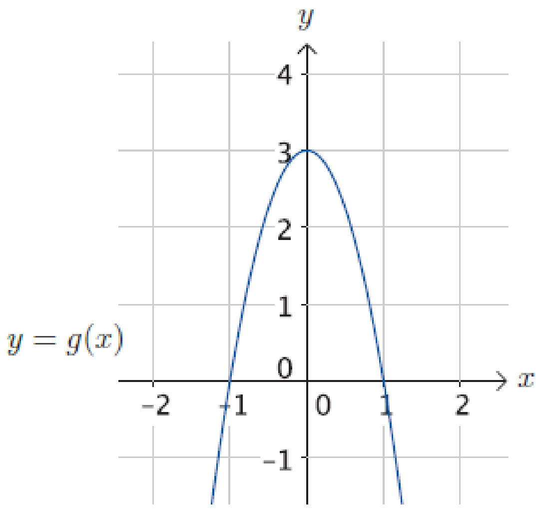
y=411.137931

mikä on kolmen numeron tarkkuudella 411 ppm.

6. a) Olkoon $f(x) = 2x^2 - 2x - 4$. Ratkaise yhtälö $f'(x) = 0$.

b) Alla olevassa kuviossa on polynomifunktion $g(x)$ kuvaaja. Ratkaise yhtälö $g'(x) = 0$. Perustele vastauksesi kuvion avulla.

c) Millä muuttujan x arvoilla sekä $f'(x)$ että $g'(x)$ ovat pienempiä kuin nolla?



Tehtävä 6

a) Lasketaan ensin derivaattafunktio

$$\frac{d}{dx}\left(2x^2-2x-4\right)$$

$$4\cdot x-2$$

ja seuraavaksi sen nollakohdat eli yhtälön $f'(x)=0$ juuret

solve(4x−2=0, x)

$$\left\{x=\frac{1}{2}\right\}$$

Yhtälöllä on yksi ratkaisu $x=\frac{1}{2}$.

b) Derivaatan nollakohtaan syntyy paikallinen minimi- tai maksimikohta tai terassipiste. Kuvaajasta sellainen löytyy kohdasta $x=0$.

c) Kun derivaattafunktio <0, niin funktio on aidosti vähenevä. Kuvaajasta $g(x)$ on aidosti vähenevä, kun $x>0$. Siis $g'(x)<0$, kun $x>0$.

$f'(x)<0$, kun $4x-2<0$ eli $x<\frac{1}{2}$.

Ehdot $g'(x)<0$ ja $f'(x)<0$ ovat yhtä aikaa voimassa välillä $0<x<\frac{1}{2}$.

7. Monopoly-pelissä pelaaja heittää kahta noppaa ja siirtää pelinappulaansa silmälukujen summan verran.

a) Pelaaja on Tehtaankadulla. Jos hänen heittämiensä noppien silmälukujen summa on kuusi tai kahdeksan, niin hän joutuu Mannerheimintiellä tai Erottajalla sijaitsevaan toisen pelaajan omistamaan hotelliin. Kuinka suurella todennäköisyydellä näin tapahtuu?

b) Monopolyssa on seuraavat säännöt. *Jos pelaaja saa molemmilla nopilla saman silmäluvun, niin hän saa heittää noppia uudelleen. Jos hän saa kolme kertaa peräkkäin molemmilla nopilla saman silmäluvun, niin hän joutuu ylinopeuden vuoksi vankilaan.* Kuinka suurella todennäköisyydellä näin tapahtuu?

Kuva: YTL.

Tehtävä 7

a) Kaikkiaan kahden nopan heitossa on 36 järjestettyä silmälukujen paria. Niitä vastaavat summat ovat

n	7	8	9	10	11	12
o	6	7	8	9	10	11
p	5	6	7	8	9	10
p	4	5	6	7	8	9
a	3	4	5	6	7	8
2	2	3	4	5	6	7
	n	**o**	**p**	**p**	**p**	**a** **1**

P("Silmälukujen summa on 6 tai 8") $=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$.

b) P("Sama silmäluku") $=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$. Koska nopan heitot ovat riippumattomia tapahtumia, niin riippumattomien tapahtumien kertolaskusäännön nojalla saadaan

P("Pelaaja saa kolmesti peräkkään samat silmäluvut") $=\left(\frac{1}{6}\right)^3=\frac{1}{216}$.

8. Inkeri ottaa 100 000 euron annuiteettilainan kiinteällä 1,2 %:n vuosikorolla ja 10 vuoden laina-ajalla.

a) Mikä on annuiteetin eli kuukausittaisen maksuerän suuruus? (2 p.)

b) Inkeri saa 21 000 euron suuruisen perinnön. Viiden vuoden jälkeen lainaa on pankin mukaan jäljellä 51 498,75 euroa. Inkeri sopii pankin kanssa lainaehtoihin tehtävistä muutoksista, jotka tulevat voimaan kuudennen lainavuoden alussa. Ensin lainaa lyhennetään koko perinnön verran ja lisäksi kuukausimaksu korotetaan 1 100 euroon. Kuinka monta kuukautta kestää, ennen kuin hän on maksanut koko lainan takaisin? (4 p.)

Tehtävä 8

a) Hyödynnetään Talousmatematiikka–sovellusta:

Annuiteetin suuruus on 884,75€/kk.

Koronkorko

N	120
I%	1.2
PV	100000
PMT	-884.7491914
FV	0
P/Y	12
C/Y	12

b) Hyödynnetään Talousmatematiika–sovellusta jäljellä olevaan lainaan

51498.75−21000

30498.75

Laina on kokonaan maksettu 29 kk kuluttua (viimeinen erä on pienempi).

Koronkorko

N	28.13181803
I%	1.2
PV	30498.75
PMT	−1100
FV	0
P/Y	12
C/Y	12

9.1 (Vanha opetussuunnitelma, ennen 1.8.2016 lukion aloittaneet)
Tarkastellaan vektoreita $\overline{u} = 3\overline{i} + 2\overline{j}$ ja $\overline{v} = 2\overline{i} + 3\overline{j}$.

a) Määritä vektoreiden $\overline{u}$ ja $\overline{v}$ välinen terävä kulma.

b) Merkitään $\overline{w} = 2\overline{i} + t\overline{j}$. Määritä sellainen kerroin t, että vektorit $\overline{u}$ ja $\overline{w}$ ovat kohtisuorassa toisiaan vastaan.

Tehtävä 9.1

a) Määritellään tehtävää vastaavat vektorit u ja v

u:=[3 2]

[3 2]

v:=[2 3]

[2 3]

ja ratkaistaan niiden välinen kulma

angle(u,v)

22.61986495

Koska kulma on alle 90°, käy n. 22,6° vastaukseksi.

b) Määritellään tehtävää vastaava vektori w

w:=[2 t]

[2 t]

ja ratkaistaan, milloin sen ja vektorin u välinen pistetulo on 0 (vektorien kohtisuoruusehto).

solve(dotp(w,u)=0,t)

{t=-3}

Kysytty kerroin t=-3.

9.2 (Uusi opetussuunnitelma, 1.8.2016 tai sen jälkeen lukion aloittaneet) Tavallista noppaa heitetään 20 kertaa. Mikä on todennäköisyys, että ykkösiä tulee viidesti tai useammin?

Tehtävä 9.2

Kyseessä on riippumattomien tapahtumien toistokoe eli todennäköisyys noudattaa binomijakaumaa, missä $p=\frac{1}{6}$ (todennäköisyys saada ykkönen), $q=\frac{5}{6}$ (todennäköisyys saada jokin muu kuin ykkönen) ja n=20 (toistojen lukumäärä).

Todennäköisyyden voi laskea vastatapahtuman avulla.
P("Ykkösiä tulee vähintään viisi kertaa")=

1−P("Ykkösiä tulee 0, 1, 2, 3 tai 4 kertaa")=

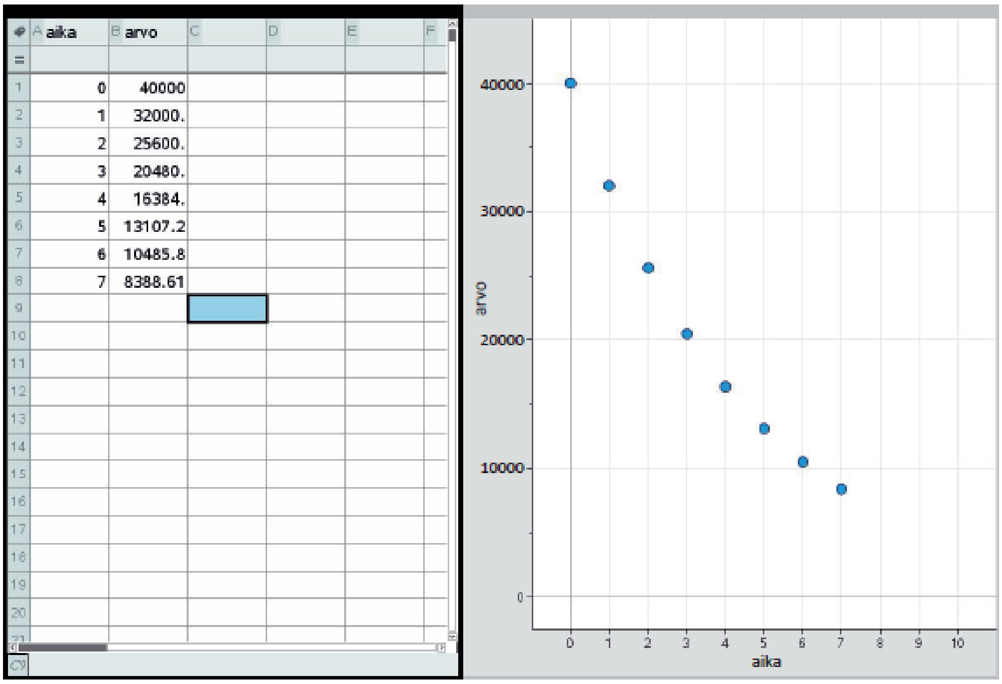
1−(P("0 ykköstä")+P("1 ykkönen")+P("2 ykköstä")+P("3 ykköstä")+P("4 ykköstä"))=

$$1-\left(\left(\frac{5}{6}\right)^{20}+\mathrm{ncr}(20,1)*\left(\frac{1}{6}\right)^{1}*\left(\frac{5}{6}\right)^{19}+\mathrm{ncr}(20,2)*\left(\frac{1}{6}\right)^{2}*\left(\frac{5}{6}\right)^{18}+\mathrm{ncr}(20,3)*\left(\frac{1}{6}\right)^{3}*\left(\frac{5}{6}\right)^{17}+\mathrm{ncr}(20,4)*\left(\frac{1}{6}\right)^{4}*\left(\frac{5}{6}\right)^{16}\right)$$

0.231250781

Todennäköisyys on n. 23,1%.

10. Iiris on löytänyt uuden autonsa arvon alenemista kuvaavan taulukon. Hän syöttää tiedot ohjelmaan, joka piirtää auton arvoa kuvaavat pisteet ajan funktiona yhden vuoden välein. Auton ostaminen tapahtuu taulukossa vuonna 0.



a) Selitä sanallisesti, millä tavalla auton arvo näyttää alenevan ajan funktiona.

b) Muodosta kaava, joka kuvaa sitä, miten taulukon lukuarvot on laskettu. Voit käyttää muotoa $a_n = f(n)$ olevaa lukujonoa, kun a_n on auton arvo vuonna n.

c) Kuinka monen vuoden jälkeen auton ostamisesta sen arvo on kaavasi mukaan laskenut alle 2 000 euron?

Tehtävä 10

a) Auton arvo näyttää vähenevä eksponentiaalisesti. Alussa arvon väheneminen on nopeampaa kuin ajan edetessä. Arvo lähestyy nollaa ajan kasvaessa.

b) Kirjoitetaan tehtävän arvot Taulukkolaskenta-sovellukseen ja sovitetaan pistejoukkoon eksponentiaalisen mallin regressioyhtälö $y=ae^{bx}$.

Arvot ja eksponentiaalinen malli

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	aika	arvo	a	39999.986				
2	0	40000	b	−0.223143				
3	1	32000	r	−1				
4	2	25600	r^2	1				
5	3	20480	MSe	1.666E-12				
6	4	16384						
7	5	13107.2	Malli:	y=a*e^(bx)				
8	6	10485.8						
9	7	8388.61						

Malli on muotoa $y=40000e^{-0.223143x}$, missä y=auton arvo ja x=kulunut aika ostohetkestä vuosina.

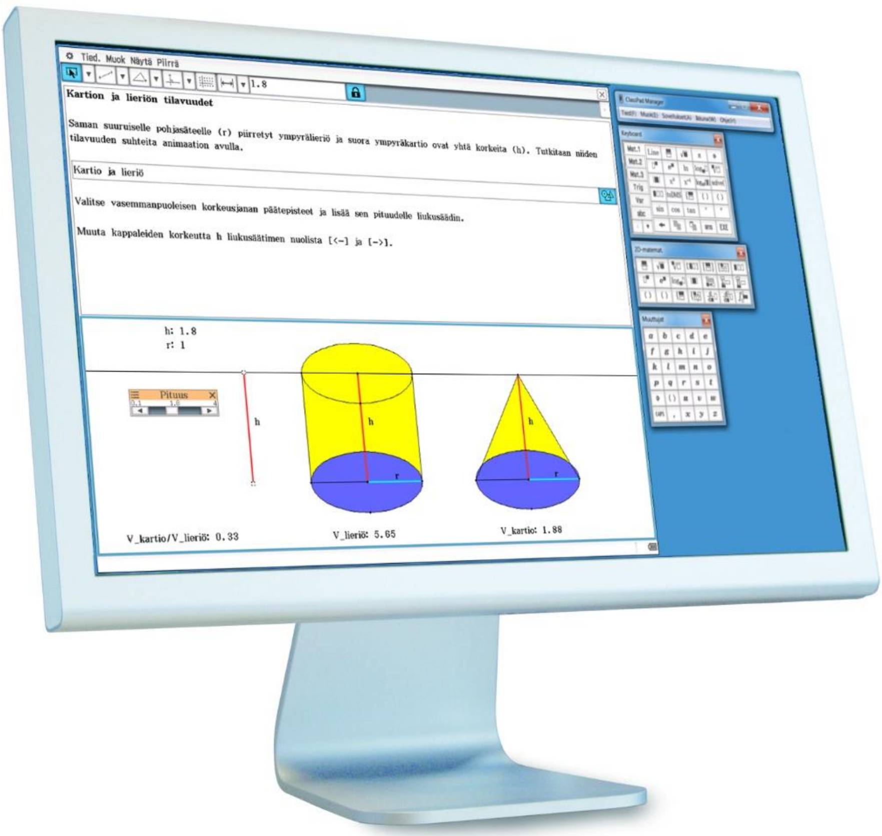
c) Ratkaistaan epäyhtälö $y<2000$:

solve($40000e^{-0.223143x}<2000$, x)

{x>13.42516805}

Auton hinta on alle 2000€ 14 kokonaisen vuoden kuluttua ostohetkestä.

Nämäkin tehtävät on ratkaistu ClassPad-teknologian avulla.



11. *Kultainen suhde* φ on luku, joka kuvaa sopusuhtaisen suorakulmion sivujen pituuksien suhdetta. Sillä on suuri merkitys taiteessa ja arkkitehtuurissa.

Kultainen suhde määritellään seuraavalla tavalla: yhden pituusyksikön mittainen jana jaetaan kahteen osaan niin, että koko janan pituuden suhde pidemmän osan pituuteen on yhtä suuri kuin pidemmän osan pituuden suhde lyhyemmän osan pituuteen.

Määritä tämä suhde φ kolmen desimaalin tarkkuudella.

Tehtävä 11

Ratkaistaan positiivinen luku φ yhtälöstä:

solve$\left(\frac{1}{\varphi}=\frac{\varphi}{1-\varphi},\varphi\right)|\varphi>0$

$$\left\{\varphi=\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}\right\}$$

$\left\{\varphi=\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}\right\}$

$$\{\varphi=0.6180339887\}$$

φ on kolmen desimaalin tarkkuudella 0,618.

12. Hannu keräsi aineiston eräässä risteyksessä kulkevien autojen lukumäärästä huhtikuun jokaisena päivänä klo 12.00–12.15 välisenä aikana. Hän kokosi autojen lukumääristä frekvenssitaulukon ja laski, että lukumäärien keskiarvo on täsmälleen 3,3. Taulukon viimeinen sarake repeytyi kuitenkin irti. Siinä olleet luvut on merkitty alla kysymysmerkeillä. Päättele, mitkä luvut sarakkeessa olivat.

autojen lukumäärä	0	1	2	3	5	7	?
frekvenssi	2	5	7	6	5	3	?

Tehtävä 12

Huhtikuussa on 30 päivää, joten puuttuva frekvenssi saadaan laskettua.

30−2−5−7−6−5−3

$$2$$

Ratkaistaan keskiarvo, merkitsemällä puuttuvaa autojen lukumäärä x:

solve$\left(\frac{2*0+5*1+7*2+6*3+5*5+3*7+2*x}{30}=3.3,x\right)$

$$\{x=8\}$$

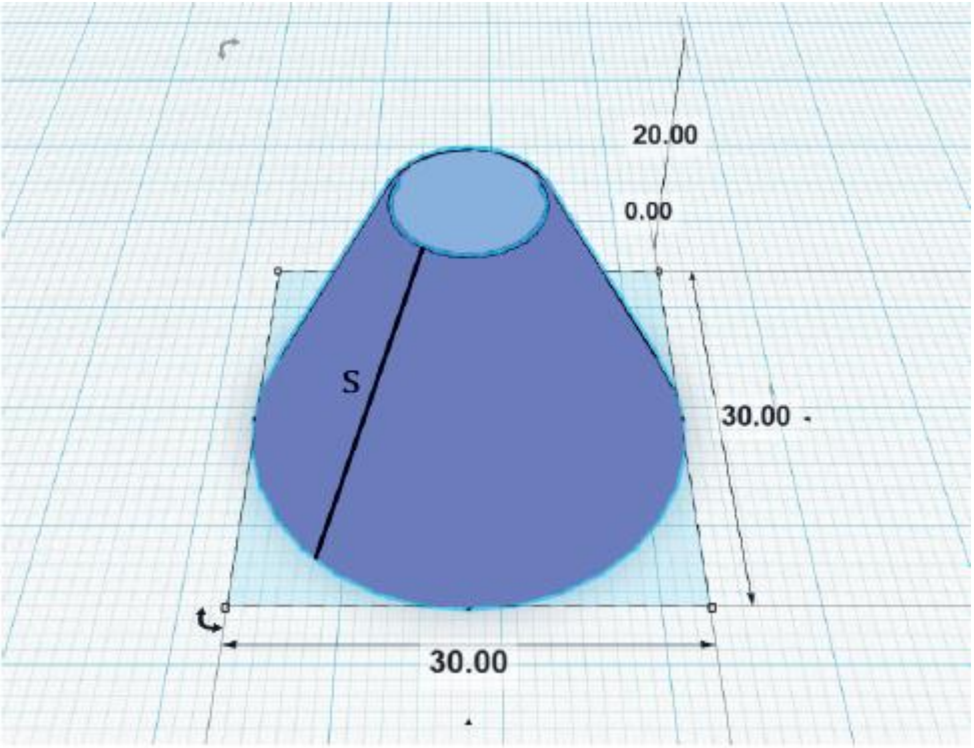
Puuttuva frekvenssi on 2 ja puuttuva autojen lukumäärä on 8.

13. Mari tekee 3D-suunnitteluohjelmalla lampunvarjostimen mallin. Hän aloittaa suorasta ympyräkartiosta, jonka korkeus ja pohjan halkaisija ovat molemmat 30,0 cm. Tästä kartiosta hän leikkaa pois yläosan, joka on 10,0 cm korkea suora ympyräkartio.

a) Määritä varjostimen sivujanan S pituus yhden millimetrin tarkkuudella. Sivujana on merkitty alla olevaan kuvaan.

b) Varjostimen sauma kulkee sivujanaa S pitkin. Hahmottele kuvio siitä, miltä varjostin näyttää tasoon levitettynä, kun se on avattu saumaa pitkin.

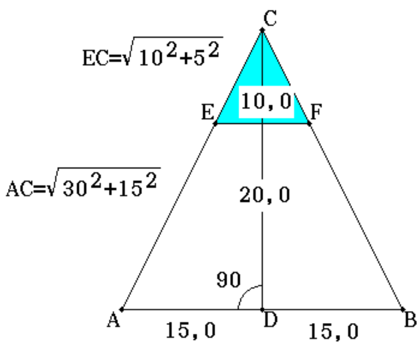
c) Laske varjostimen pinta-ala yhden neliösenttimetrin tarkkuudella.



Tehtävä 13

a) Hahmotellaan kuva katkaistun kartion poikkileikkauksesta Geometria–sovelluksessa:

Poikkileikkauksen mallikuva =>



Poisleikattu kartio on yhdenmuotoinen ehjän kartion kanssa ja niiden korkeuksien suhde on 1:3. Tällöin kaikkien vastinosien suhde on 1:3 ja poistetun yläosan kartion halkaisija on 10,0 cm.

Kysytty sivujana S=AC−EC ja Pythagoraan lauseen avulla saadaan

$S=\sqrt{30^2+15^2}-\sqrt{10^2+5^2}$

$S=10\cdot\sqrt{5}$

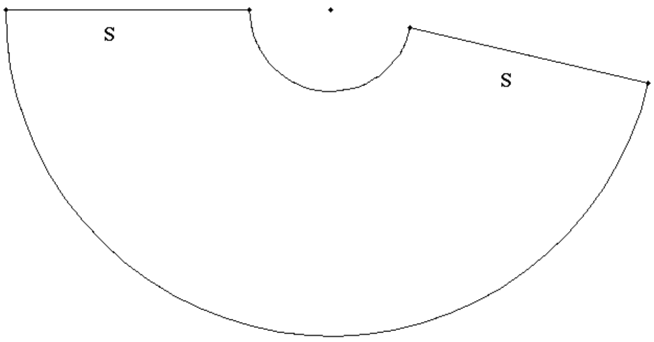
$10\cdot\sqrt{5}$

22.36067977

Sivujanan pituus on n. 22,4 cm.

b) Hahmotellaan kuva katkaistun kartion tasoon levityksestä Geometria-sovelluksessa:

Tasoon levityksen mallikuva =>



c) Varjostimen pinta-ala on kahden ympyräsektorin alan erotus. Tasoon levitetyn varjostimen muodostaman ympyrän kaaren pituus on kartion pohjaympyrän piiri. Ympyräsektorin keskuskulma α saadaan yhtälöstä

$\text{solve}\left(\frac{\alpha}{360}*2\pi*\left(\sqrt{30^2+15^2}\right)=30\pi,\alpha\right)$

$\{\alpha=160.9968944\}$

Sijoitetaan tämä muuttujaksi α

$\alpha:=160.9968944$

160.9968944

Nyt kysytyn pinta-alan likiarvo on

$\frac{\alpha}{360}*\pi*\left(\sqrt{30^2+15^2}\right)^2-\frac{\alpha}{360}*\pi*\left(\sqrt{10^2+5^2}\right)^2$

1404.962946

Pinta-ala on n. 1405 cm^2.

Muistiinpanoja ja huomioita

Muistiinpanoja ja huomioita

Muistiinpanoja ja huomioita