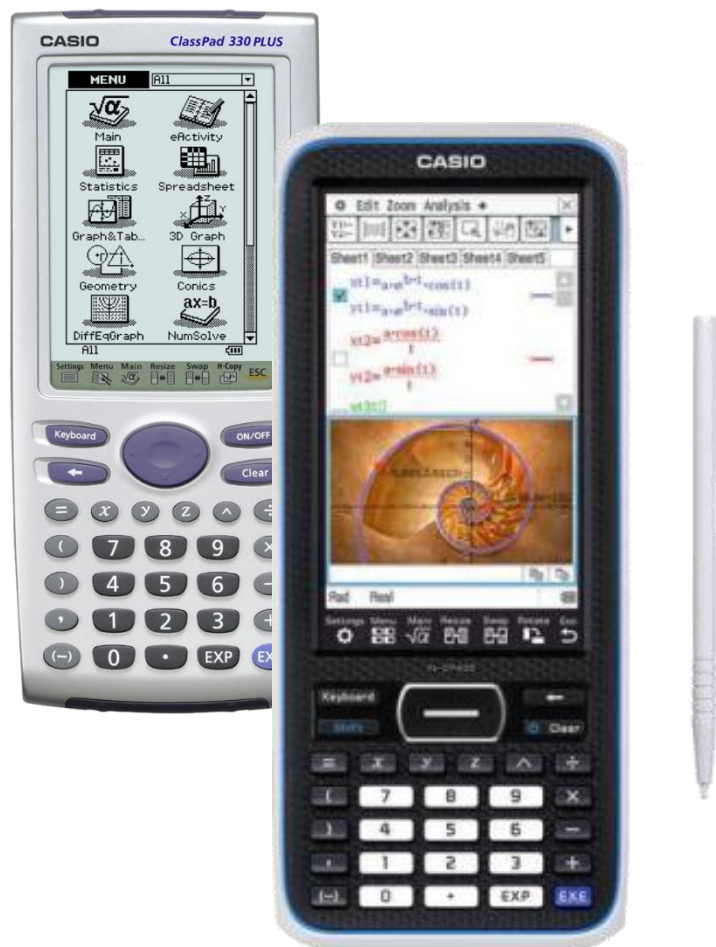


Lyhyen matematiikan ylioppilaskoe ClassPadilla

- kevät 2013 -



***”Enemmän aikaa matematiikan opiskeluun,
vähemmän aikaa laskimen opetteluun.”***

Arvoisa lukija,

Jälleen yhden matematiikan ylioppilaskokeet on saatu päätökseen. Tehtävät osoittautuivat hyvin perinteisiksi ja symbolinen laskin auttoi tarkastamaan saatuja vastauksia lyhyessä matematiikassa. Iso osa vastauksista on laskettavissa symbolisella laskimella ja osa kouluista käyttääkin ClassPadia nimenomaan lyhyen matematiikan opetuksessa.

Ylioppilastutkintolautakunta tarkensi viime hetkellä vielä laskimen käyttöohjeita ennen kirjoituksia. Ohjeen mukaan

”Laskin on kokeen apuväline, jonka rooli arvioidaan tehtäväkohtaisesti. Jos ratkaisussa on käytetty symbolista laskinta, sen on käytävä ilmi suorituksesta. Analysointia vaativien tehtävien ratkaisemisessa pelkkä laskimella saatu vastaus ei riitä ilman muita perusteluja. Sen sijaan laskimesta saatu tulos yleensä riittää rutiinitehtävissä ja laajempien tehtävien rutiiniosissa. Tällaisia ovat esimerkiksi lausekkeiden muokkaaminen, yhtälöiden ratkaiseminen sekä funktioiden derivointi ja integrointi.”

Nähtäväksi tässä vaiheessa jää, mitä katsotaan rutiinitehtäviksi ja mitä laajemmiksi tehtäviksi. Toinen mielenkiintoinen seikka on pisterajojen määräytyminen.

Muitakin uudistuksia on luvassa lähitulevaisuudessa ja ylioppilaskirjoitukset elävätkin hyvin muutosrikasta aikaa. Suunniteltu sähköinen ylioppilaskoe asettaa varmasti melkoiset haasteet niin koulujen infrastruktuurille kuin kokeiden laatijoille – ja viimekädessä myös tekijöille. Vuonna 2016 on määrä aloittaa ensimmäiset kokeilut vähän opiskelijoita keräävien aineiden osalta ja laajentaa testausta pikku hiljaa kaikkiin aineisiin. YTL:n uusi puheenjohtaja Patrik Scheinin vastasi Sanomalehti Kalevan kysymykseen ”Onko 2020-luvulla enää pelkästään sähköisiä yo-kokeita?” maltillisesti ”Olettaisinkin niin.”

Casio on mukana kehittämässä suomalaista osaamista matemaattisten aineiden osalta. Tätä kirjoittaessani on Casio juuri julkistanut uuden värinäyttöisen symbolisen laskimen ClassPadien sarjaansa. fx-CP400 laskin tulee Suomeen myyntiin kesällä 2013. Samoin sitä vastaava tietokoneohjelma ClassPad Manager päivittyy vastaamaan opettajien tarpeita entistä paremmin. Nämä malliratkaisut on tehty vielä hieman keskeneräisellä kokeiluersiolla, mutta sekin näyttää suoriutuvan mainiosti asetetuista haasteista.

Uusina ominaisuuksina fx-CP400 laskimessa mainittakoon käyrien välisen pinta-alan laskeminen (ks. tehtävä 8), käännettävä näyttöä pitkiä tehtäviä varten (tehtävät 3, 6, 8 ja 11) sekä suomenkielinen käyttöjärjestelmä, joka ei vielä kokeiluersiossa ollut käytössä. Muilta osin käyttöjärjestelmä on saanut paljon kiitosta ja se pysyykin olennaisesti samanlaisena. Myös laskimilla tehdyt opetusmateriaalit ovat muutoksia lukuunottamatta yhteensopivat aiempien mallien kanssa.

Tätä materiaalia saa vapaasti käyttää omassa opetuksessa ja lukiolaisten taitojen kehittämisessä. Vastaan mielelläni kommentteihin ja otan palautetta vastaan.

Toivon mukavia ja ajatuksia herättäviä lukuhetkiä näiden ratkaisujen parissa,

Kempeleessä 22.3.2013

Pepe Palovaara

1. a) Ratkaise yhtälö $2(x+4) - 3(x-3) = 0$.
- b) Laske lukujen $\frac{3}{4}$ ja $\frac{6}{5}$ käänteislukujen keskiarvo.
- c) Sievennä lauseke $\frac{3a-6a^2}{3a}$.

Ratkaisu: ClassPadilla saadaan ratkaisu kaikkiin kohtiin (kuva vasemmalla). Tehtäviä voidaan myös tehdä vaiheittain (kuva oikealla). Tässä a) ja c) –kohtien vastauksissa on käytetty välivaiheita.

Edit Action Interactive
 $\text{solve}(2 \cdot (x+4) - 3 \cdot (x-3) = 0, x)$
 $\{x=17\}$
 $\frac{\frac{4}{3} + \frac{5}{6}}{2}$
 $\frac{13}{12}$
 $\text{simplify}\left(\frac{3a-6a^2}{3a}\right)$
 $-2 \cdot a + 1$
 \square

Alg Standard Real Rad

Edit Action Interactive
 $\text{expand}(2 \cdot (x+4))$
 $2 \cdot x + 8$
 $\text{expand}(-3 \cdot (x-3))$
 $-3 \cdot x + 9$
 $2 \cdot x + 8 - 3 \cdot x + 9 = 0$
 $-x + 17 = 0$
 $\text{ans} + x$
 $17 = x$
 $\text{factor}(3a - 6a^2)$
 $-3 \cdot a \cdot (2 \cdot a - 1)$
 $\frac{-3 \cdot a \cdot (2 \cdot a - 1)}{3a}$
 $-2 \cdot a + 1$
 \square

Alg Standard Real Rad

2. a) Millä muuttujan x arvoilla $4x+17$ on suurempi kuin $2-x$?
 b) Ratkaise yhtälö $x^2+14x=-49$.
 c) Suora kulkee origon ja pisteen $(2,3)$ kautta. Kulkeeko se myös pisteen $(48,75)$ kautta?

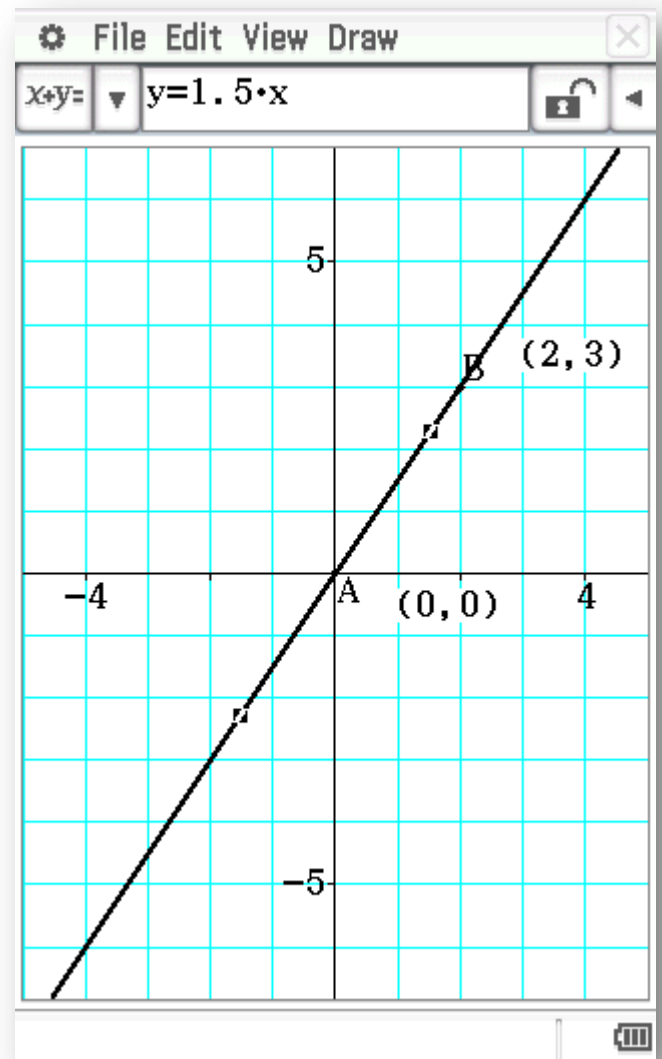
Ratkaisu: Kahteen ensimmäiseen kohtaan saadaan ratkaisu suoraan laskimella. Kuvassa on lisäksi välivaiheiden avulla ratkaistu a) –kohdan tehtävä. c) –kohdassa on käytetty Geometry –sovellusta suoran yhtälön saamiseen ja sitten sijoitettu siihen annettu piste. Jos piste on suoralla, sen koordinaatit toteuttavat suoran yhtälön.

The screenshot shows the 'Edit Action Interactive' window with the following content:

```

solve(4*x+17>2-x, x)
      {x>-3}
solve(x^2+14*x=-49, x)
      {x=-7}
4*x+17>2-x
      4*x+17>-x+2
ans-17
      4*x>-x-15
ans+x
      5*x>-15
ans/5
      x>-3
  
```

At the bottom, the mode is set to 'Alg'.



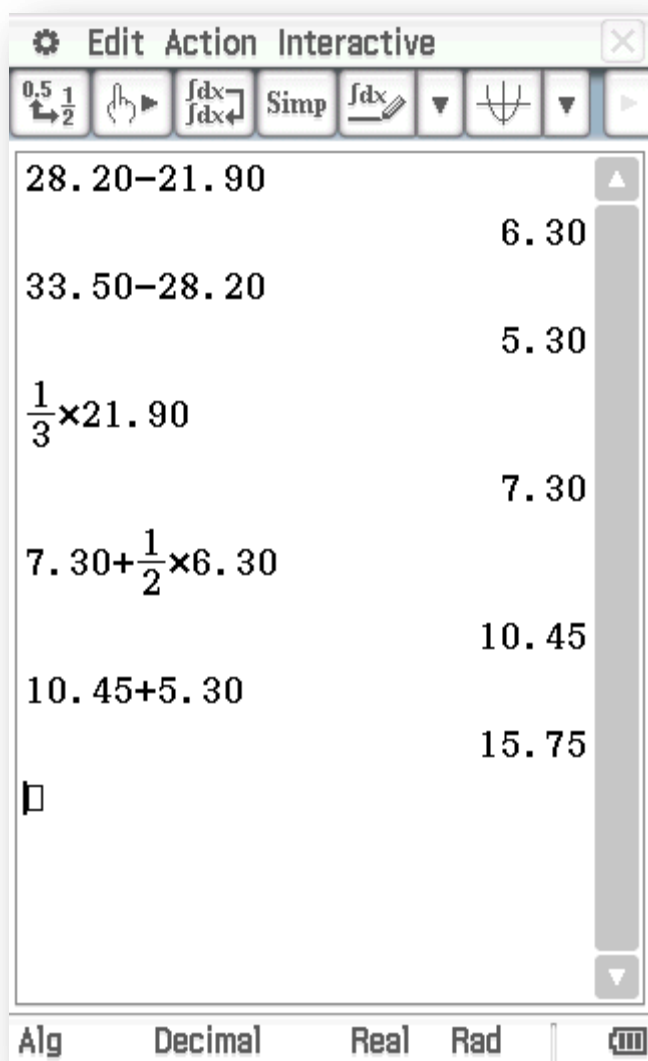
The screenshot shows the 'Edit Action Interactive' window with the following content:

```

y=1.5*x | {x=48, y=75}
      No Solution
  
```


4. Alpo, Sanna ja Pauli palaavat samalla taksilla ylioppilasjuhlista. Alpon jäädessä pois mittari näyttää 21,90 €, Sannan jäädessä 28,20 € ja matkan loppusumma on 33,50 €. Matkan hinta päätetään jakaa seuraavalla tavalla: Alpo maksaa kolmasosan matkan alkuosuuden hinnasta. Sanna maksaa kolmasosan alkuosuudesta ja puolet keskiosuuden hinnasta. Laskun loppuosa jää Paulille. Kuinka paljon kukin joutuu maksamaan?

Ratkaisu: Lasketaan jokaisen kolmen osan hinnat ja jokaisen kyytiläisen osuudet laskimella:



The screenshot shows the 'Edit Action Interactive' window of a Casio ClassPad calculator. The window contains a list of calculations and their results:

$28.20 - 21.90$	6.30
$33.50 - 28.20$	5.30
$\frac{1}{3} \times 21.90$	7.30
$7.30 + \frac{1}{2} \times 6.30$	10.45
$10.45 + 5.30$	15.75
\square	

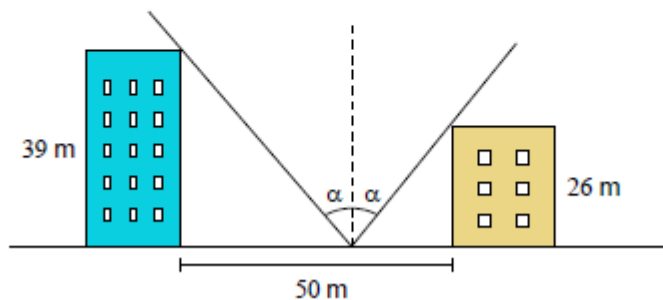
The calculator interface includes a toolbar with various mathematical symbols and functions, and a mode selector at the bottom with options for Alg, Decimal, Real, and Rad.

Tiesithän, ettei ClassPadissa tarvitse kirjoittaa lausekkeita tai aiemmin esiintyneitä laskuja uudestaan?

Voit aina käyttää Drag&Drop –menetelmää: maalaa haluttu lauseke tai osa siitä kynällä ja raahaa se uuteen paikkaan.

Säästät aikaa ja vaivaa – ja ennenkaikkea vältät kirjoitusvirheitä!

5. Tähtiharrastaja katselee yöllisiä tähdenlentoja pihalla, joka sijaitsee kahden kerrostalon välissä kuvan mukaisesti. Talojen korkeudet ovat 39 m ja 26 m. Kuinka kaukana korkeammasta talosta molempiin suuntiin avautuu yhtä suuri kulma α maanpinnan tasosta katsottuna?



Ratkaisu: Merkitään symbolilla x etäisyyttä korkeammasta rakennuksesta katselupaikkaan, jolloin matalamman rakennuksen ja katselupaikan välinen etäisyys on $50 - x$. Yhdenmuotoisista kolmioista saadaan verrantoyhtälö, josta voidaan ratkaista etäisyys x .

Käyttäjän ei tarvitse tietää laskimen syntaksia.

Tämäkin tehtävä on tehty kirjoittamalla verrantoyhtälö sellaisenaan. Tämän jälkeen yhtälö maalataan kynällä ja valitaan Interactive -> Advanced -> Solve.

Laskin täydentää tarvittavat komennot, sulut ja muuttujat!

0.5 1/2 $\int dx$ $\int dx$ $\int dx$ $\int dx$ $\int dx$ $\int dx$ $\int dx$ $\int dx$ $\int dx$ $\int dx$

Edit Action Interactive

$\text{solve}\left(\frac{39}{x} = \frac{26}{50-x}, x\right)$

$\{x=30\}$

Math1 Line $\frac{\square}{\square}$ $\sqrt{\square}$ π \Rightarrow

Math2 \square^\square e^\square \ln i ∞

Math3 $|\square|$ $\frac{d}{d\square}$ $\frac{d^2}{d^2\square}$ $\int \square$ $\lim_{\square \rightarrow \square}$

Trig $[\square\square]$ $[\frac{\square}{\square}]$ $[\frac{\square}{\square}]$ $\sum \square$ $\prod \square$

Var sin cos tan θ t

abc

\leftarrow \rightarrow \square \square ans EXE

Alg Standard Real Rad \square

6. Tennispalloja myydään suoran ympyrälieriön muotoisessa pakkauksessa, johon mahtuu neljä palloa tiiviisti päällekkäin pakattuna. Tennispallon halkaisija on 6,68 cm. Kuinka monta prosenttia pakkauksen tilavuudesta palloet täyttävät? Anna vastaus prosentin tarkkuudella.



<<http://www.fruugo.fi/wilson-tour-davis-cup-official-tennis-balls-12-dozen/p-1431131>>. Luettu 5.3.2012.

Ratkaisu: Merkitään pallojen ja lieriön sisämitan pohjaympyrän sädettä r , pallojen yhteystilavuutta V_p ja lierion sisätilavuutta V_l . Lasketaan kysytty suhde laskimella. Desimaalien määrän voi säätää valikosta Settings -> Basic Format.

The calculator screen shows the following calculations and results:

$\frac{6.68}{2} \Rightarrow r$	3.34
$4 \times \frac{4}{3} \pi \times r^3 \Rightarrow V_p$	624.2923326
$\pi \times r^2 \times 4 \times 6.68 \Rightarrow V_l$	936.4384989
$\frac{V_p}{V_l}$	0.67

The calculator interface includes a toolbar with icons for fraction, decimal, simplify, and other functions, and a mode selector at the bottom (Alg, Decimal, Real, Rad).

Tiesitkö, että Casio tarjoaa opettajille tukea mm. ilmaisten Workshoppien muodossa? Pyydä koulutusta omalle koulullesi ottamalla yhteyttä pepe.palovaara@casio.fi tai soittamalla numeroon 044-72 75 776.

Olemme mukana myös MAOLin päivillä keväällä 2013 Helsingissä ja syksyllä 2013 Jyväskylässä. ITK-päivillä Hämeenlinnassa voit tulla juttelemaan osastollemme ja testaamaan uutta fx-CP400 mallia!

7. Mitä arvoja funktio $f(x) = 2x^3 + 2x^2 - 10x + 5$ saa välillä $[0, 2]$?

Ratkaisu: Koska funktio on polynomifunktiona jatkuva, muodustuu sen arvojoukko arvoista päätepisteissä ja välille kuuluvista ääriarvoista. Määritellään funktio Define –komennolla, jolloin sen arvojen laskeminen on nopeaa (kuva vasemmalla). ClassPad tekee funktiolle myös kulkukaavion annetulle välillä, josta voidaan lukea funktion suurin ja pienin arvo (kuva oikealla).

Edit Action Interactive

Define $f(x) = 2 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 - 10 \cdot x + 5$ done

Define $f_1(x) = \frac{d}{dx}(f(x))$ done

solve($f_1(x), x$)

$\{x=1, x=-\frac{5}{3}\}$

$f(\{0, 1, 2\})$

$\{5, -1, 9\}$

Alg Standard Real Rad

Edit Graph

$y1=f(x)$

x	1	2
$f'(x)$	0	22
$f(x)$	-1	9

-1

Sheet1 Sheet2 Sheet3 Sheet4 Sheet5

$y1=f(x)$

$y2: \square$

$y3: \square$

$y4: \square$

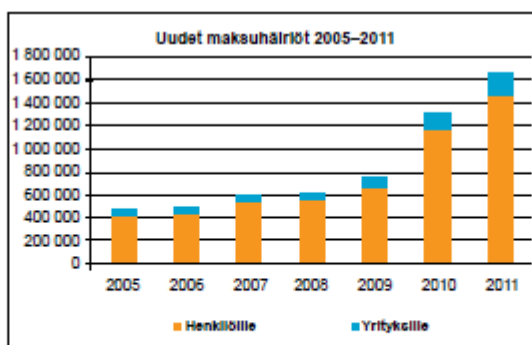
$y5: \square$

$y6: \square$

$y7: \square$

Rad Real

8. Vuonna 2005 yksityishenkilöiden maksuhäiriöiden lukumäärä Suomessa oli 422 500, ja vuonna 2011 se oli 1 460 500.
- a) Kuinka monta prosenttia maksuhäiriöiden lukumäärä kasvoi tällä aikavälillä? Anna vastaus prosenttien tarkkuudella.
- b) Vuonna 2011 ministeriö asetti tavoitteeksi vähentää maksuhäiriöiden määrän neljässä vuodessa takaisin vuoden 2005 tasolle. Kuinka monta prosenttia määrä vähenee vuodessa, kun vuotuinen vähenemisprosentti on sama? Anna vastaus prosenttien kymmenesosan tarkkuudella.



<<http://www.asiakastieto.fi/asiakastieto/tilastot/maksuhairiot/>>. Luettu 5.3.2012.

Ratkaisu: a) –kohdan ratkaisu saadaan suoraan vertaamalla lukujen erotusta alkuperäiseen lukuun ja muuttamalla vastaus prosenteiksi sadalla kertomalla. b) –kohdassa muodostetaan yhtälö, jossa kerroin k on vuotuinen vähenemiskerroin. Vastaukset ovat laskimella laskettuja. Näytön kääntäminen auttaa pitkien laskujen hahmottamisessa.

0.5 1/2 f/dx f/dx Simp f/dx

$$\frac{1460500 - 422500}{422500} \times 100$$

246.

$$\text{solve}(1460500 \cdot k^4 = 422500, k) | k > 0$$

{k=0.7333837587}

$$(1 - 0.7333837587) \times 100$$

26.7

Alg Decimal Real Rad

9. Neliön piiri on yhtä pitkä kuin ympyrän kehä.

a) Kuinka monta prosenttia neliön pinta-ala on pienempi kuin ympyrän pinta-ala?

b) Kuinka monta prosenttia ympyrän pinta-ala on suurempi kuin neliön pinta-ala?

Anna vastaukset prosentin kymmenesosan tarkkuudella.

Ratkaisu: Merkitään neliön sivun pituutta a ja ympyrän sädettä r , neliön pinta-alaa A_n ja ympyrän pinta-alaa A_y . Tehdään näistä yhtälö ja ratkaistaan toinen muuttujista. Tämän jälkeen voidaan laskea kysytyt suhteet (kuva vasemmalla). Likiarvot vastauksiin ovat oikean puoleisessa kuvassa.

$\text{solve}(4 \cdot a = 2 \cdot \pi \cdot r, a)$
 $\left\{ a = \frac{r \cdot \pi}{2} \right\}$
 $a^2 \Rightarrow A_n$
 a^2
 $\pi r^2 \Rightarrow A_y$
 $r^2 \cdot \pi$
 $\frac{A_n}{A_y} \mid a = \frac{r \cdot \pi}{2}$
 $\frac{\pi}{4}$
 $\frac{A_y}{A_n} \mid a = \frac{r \cdot \pi}{2}$
 $\frac{4}{\pi}$

$\frac{A_n}{A_y} \mid a = \frac{r \cdot \pi}{2}$
 0.7853981634
 $\frac{A_y}{A_n} \mid a = \frac{r \cdot \pi}{2}$
 1.273239545
 $(1 - 0.7853981634) \times 100$
 21.5
 $(1.273239545 - 1) \times 100$
 27.3

10. Noppaa heitetään kaksi kertaa. Millä todennäköisyydellä

- a) silmälukujen summa on vähintään kahdeksan?
- b) silmälukujen summa on suurempi kuin niiden tulo?

Ratkaisu: Tehdään kaikista mahdollisista alkeistapauksista kaksiulotteinen malli, jossa vaaka-akselilla on 1. heitot ja pystyakselilla 2. heitot. Kaikkiaan alkeistapauksia on 36 ja suotuisiksi saadaan a) –kohdassa oikean ylänurkan tapaukset L, Q, V, AA, AF, R, W, AB, AG, X, AC, AH, AD, AI ja AJ, joita on 15 kpl

b) –kohdassa laskemalla suotuisiksi tapauksiksi saadaan A, B, C, D, E, F, G, M, S, Y ja AE, joita on 11 kpl. Oikean puoleisessa kuvassa on todennäköisyyksien tarkat arvot ja likiarvot.

File Edit View Draw					
AE	AF	AG	AH	AI	AJ
Y	Z	AA	AB	AC	AD
S	T	U	V	W	X
M	N	O	P	Q	R
G	H	I	J	K	L
A	B	C	D	E	F
	2				6

Edit Action Interactive					
$\frac{15}{36}$					0.42
$\frac{11}{36}$					0.31
Math1	Line	$\frac{\square}{\square}$	$\sqrt{\square}$	π	\Rightarrow
Math2	\square^{\square}	e^{\square}	ln	$\log_{\square}\square$	$\sqrt[\square]{\square}$
Math3	$ \square $	x^2	x^{-1}	$\log_{10}(\square)$	solve(
Trig	$\square\square\square$	toDMS	{ \square }	{ }	()
Var	sin	cos	tan	$^{\circ}$	r
abc					
	\leftarrow	\rightarrow	\rightarrow	ans	EXE
Alg	Decimal	Real	Rad		

11. Lukujonossa (a_n) on $a_1 = 2$ ja $a_2 = \frac{12}{5}$. Määritä jonon sadan ensimmäisen termin summa,

kun jono on

a) aritmeettinen

b) geometrinen. Anna tämän kohdan vastaus miljoonan tarkkuudella.

Ratkaisu: a) –kohdassa tarvitaan jonon 100. jäsen summan laskemiseksi. Koska aritmeettisessä jonossa peräkkäisten jäsenten erotus on vakio, saadaan lasku laskimella (vasen kuva).

b)- kohdassa peräkkäisten jäsenten suhde puolestaan on vakio ja summa saadaan geometrisen summan kaavan avulla.

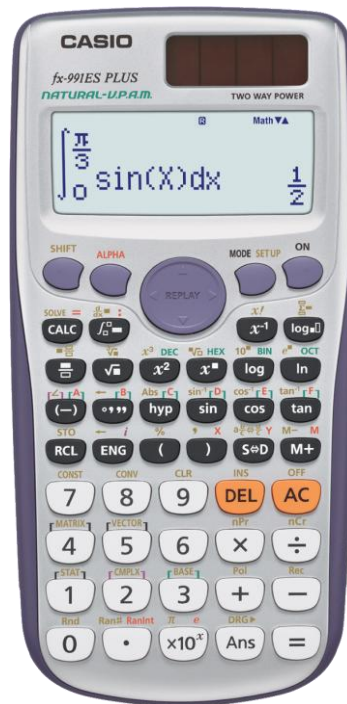
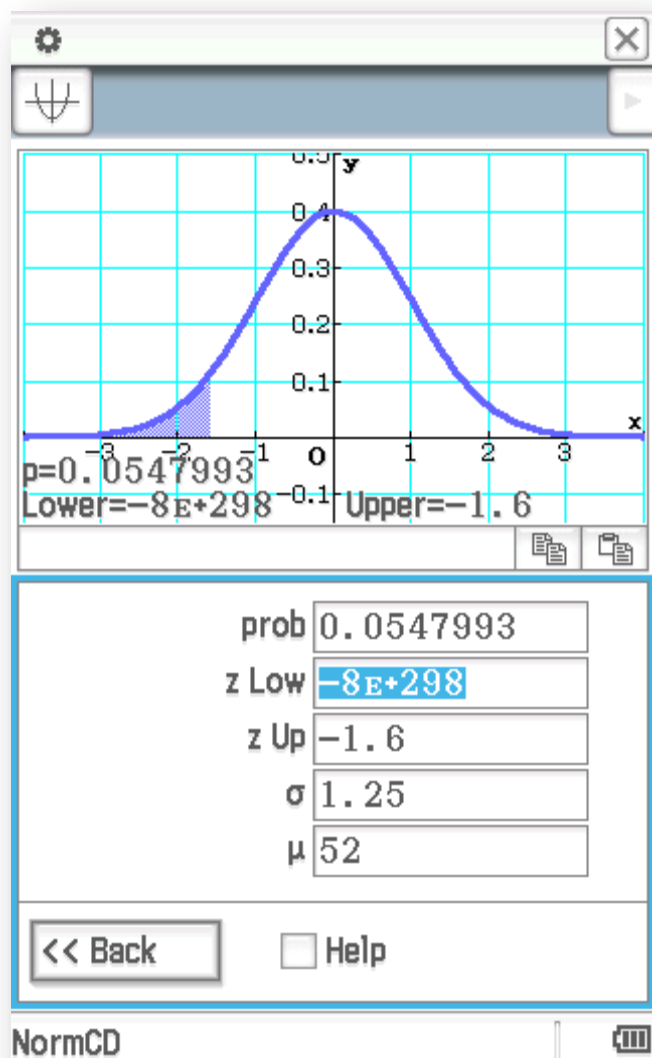
Laskuissa voi myös käyttää ClassPadin Sequence –sovellusta. Lukujonot

The screenshot shows the 'Edit Action Interactive' window. The input is $\frac{12}{5} - 2 \rightarrow d$, resulting in $\frac{2}{5}$. Below, the sum calculation $100 \times \frac{2 + 2 + (100 - 1)d}{2}$ yields 2180. The common ratio is calculated as $\frac{\frac{12}{5}}{2} \rightarrow q$, resulting in $\frac{6}{5}$. The geometric sum formula $\frac{2(1 - q^{100})}{1 - 1.2}$ is shown, resulting in $8.28E+8$.

The screenshot shows the 'Edit n, a_n a_0, a_1 Calc' window. It defines the arithmetic sequence $a_n E = 2 + (n - 1) \cdot \frac{2}{5}$ and the geometric sequence $b_n E = 2 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{n-1}$. The sum of the arithmetic sequence $\sum_{n=1}^{100} \left(2 + (n - 1) \cdot \frac{2}{5}\right)$ is calculated as 2180. The sum of the geometric sequence $\sum_{n=1}^{100} \left(2 \cdot \left(\frac{6}{5}\right)^{n-1}\right)$ is calculated as $8.28E+8$. The final expression $\Sigma(2 \cdot (6/5)^{(n-1)}, n, 1, 10)$ is shown at the bottom.

12. Valmistajan tarkistusmittauksissa todettiin, että hajuvesipullon sisällön määrä noudattaa normaalijakaumaa, jonka keskiarvo on 52 millilitraa ja keskihajonta on 1,25 millilitraa. Millä todennäköisyydellä hajuvesipullon sisältö on alle 50 millilitraa?

Ratkaisu: Käytetään laskuissa ClassPadiin valmiiksi asennettuja jakaumia. Alarajaksi käytetään $-\infty$ ja ClassPad normittaa arvot automaattisesti.

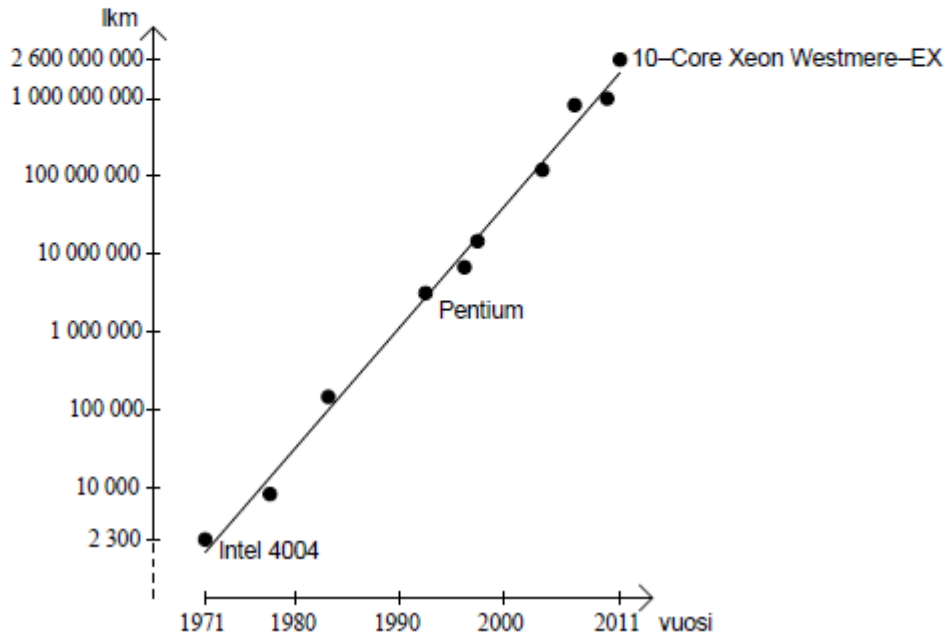


fx-991 ES Plus

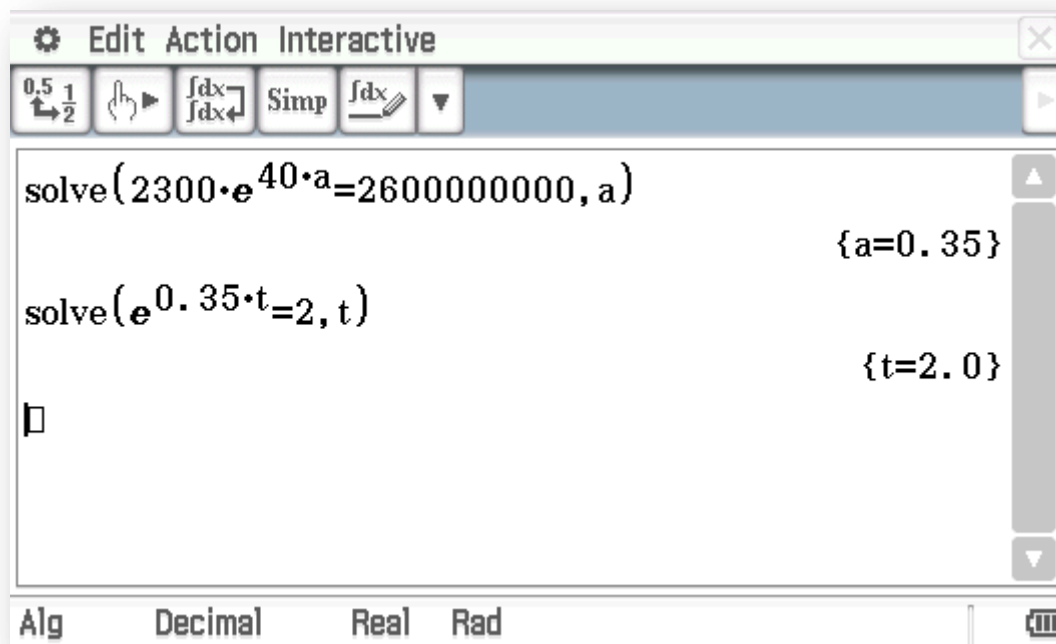
Jos et tarvitse graafisten tai symbolisten laskinten ominaisuuksia, niin lyhyelle matematiikalle sopii erinomaisesti myös funktiolaskin fx-991 ES Plus.

Laskimessa on mm. numeerinen derivointi, yhtälönratkaisin, Natural Display –näyttö (murtoluvut ja juuret näyttävät samalta kuin oppikirjoissa) ja funktion arvojen taulukointi kuvaajan piirtämistä varten.

13. Mikropiirin transistoreiden lukumäärä $N = N(t)$ on kasvanut alla olevan kuvan mukaisesti. Ajanhetkellä $t = 0$ (vuosi 1971) lukumäärä oli 2 300, ja hetkellä $t = 40$ (vuosi 2011) se oli 2 600 000 000. Lukumäärä noudattaa mallia $N(t) = N(0)e^{at}$.
- Määritä vakion a kaksidesimaalinen likiarvo näiden tietojen perusteella.
 - Perustelee a-kohdan avulla niin sanottu Mooren laki, jonka mukaan transistoreiden lukumäärä kaksinkertaistuu noin kahden vuoden välein.

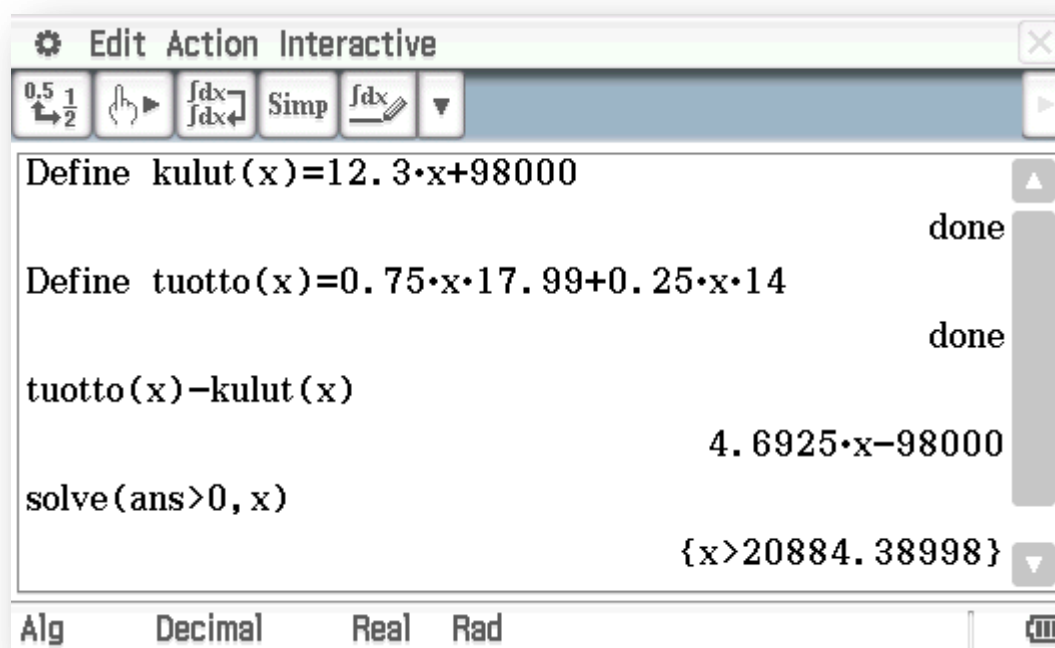


Ratkaisu: Ratkaistaan annetusta yhtälöstä vakio a laskimella a) ja b) –kohdissa kahden desimaalin tarkkuudella. Näytön kääntäminen auttaa hahmottamaan pitkiä laskuja.



14. Yhtiö valmistaa kännykkäkoteloiden, joiden valmistuskustannukset ovat 12,30 € kappale. Tämän lisäksi yhtiön kiinteät kustannukset ovat 98 000 euroa. Koteloiden myyntihinta on 17,99 euroa, mutta viimeiset 25 % myydään varaston tyhjentämiseksi 14,00 euroa kappale. Oletetaan, että yhtiö saa myytyä kaikki kotelot. Tehtävässä ei oteta huomioon verotusta.
- Muodosta lauseke, joka kuvaa yhtiön kokonaiskustannuksia koteloiden valmistusmäärän x avulla lausuttuna.
 - Muodosta lauseke, joka kuvaa yhtiön saamaa voittoa valmistusmäärän x avulla lausuttuna.
 - Kuinka monta koteloa yhtiön täytyy valmistaa, jotta kiinteät kustannukset saadaan katettua yllä mainitulla hinnoittelustrategialla?

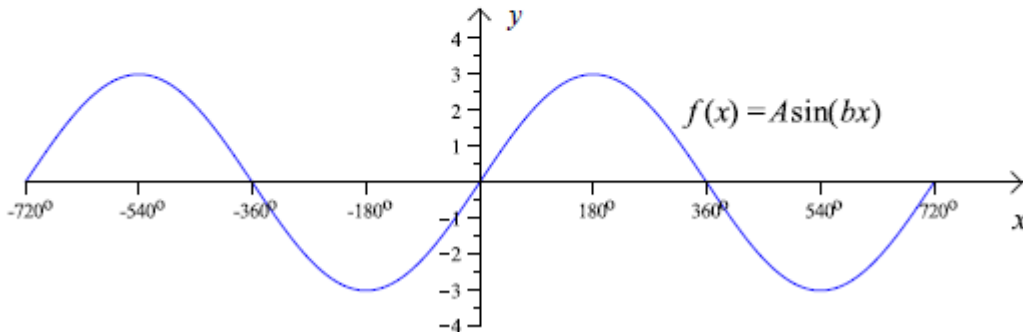
Ratkaisu: Merkitään valmistettujen tuotteiden lukumäärää x . Muodostetaan yhtälöt kuluille, tuotolle ja niiden erotuksena voitolle ja ratkaistaan laskut ClassPadilla. Näytön kääntäminen helpottaa pitkien laskujen havainnointia.



Kouluille on tarjolla ilmaisia lainasettejä laskimista. Kovassa alumiinikotelossa laskimet ovat helposti liikuteltavassa paketissa. Voit tutustua niihin yhdessä opiskelijoidesi kanssa kuukauden tai yhden jakson ajan.

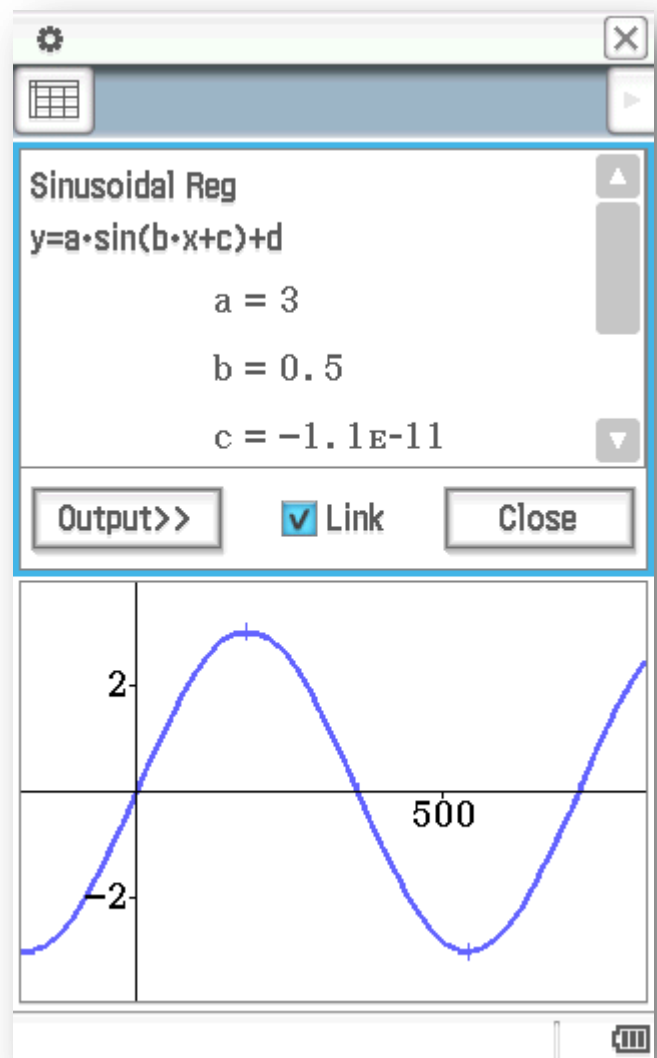
Kysy lainasettejä koulullesi yhdessä Workshopin kanssa! Saat samalla perehdytyksen laskimien käyttöön. Lainasettejä löytyy tällä hetkellä laskimista fx-CG20 ja ClassPad 330 Plus.

15. Alla on funktion $f(x) = A\sin(bx)$ kuvaaja välillä $x \in [-720^\circ, 720^\circ]$. Määritä kuvaajan perusteella
- vakion A arvo
 - vakion b arvo
 - funktion f lyhin jakso L , jolle pätee $L > 0$ ja $f(x+L) = f(x)$ kaikilla x .



Ratkaisu: Kuvaajasta luettuna amplitudi $A \approx 3$. Koska käyrän ensimmäinen positiivinen maksimikohta on n. 180° kohdalla, on sinikäyrän aallonpituus muuttunut loivemmaksi (sinifunktion ensimmäinen positiivinen maksimi on 90° kohdalla). Tästä pääteltyä $b \approx 0,5$. Käyrä saa samat arvot (esimerkiksi arvon nolla) noin 0° ja 720° kohdalla, joten c) -kohdan vastaus on n. 720° .

Käyrän voi myös sovittaa laskimen avulla antamalla pisteet $(0, 0)$, $(180, 3)$, $(360, 0)$, $(540, -3)$ ja $(720, 0)$ käyttämällä sinin regressiota.



Voit ladata ilmaisen Manager – ohjelmiston testiversiön käyttöösi osoitteesta edu.casio.com. Opettajille tullaan tarjoamaan edullisesti uutta fx-CP400 mallia testattavaksi yhdessä ohjelmiston kanssa. Seuraa ilmoitteluaamme!