Laske Laudatur Casion avulla

Lyhyt matematiikka,
kevät 2024

Sisältö

Kevään 2024 matematiikan yo-kokeiden ratkaisut työasemalle ladattavan ja Abitista löytyvän ClassPad Managerin avulla laskettuina.

Pepe Palovaara

CASIO®

Fintegrity

FI – Matematiikka, lyhyt oppimäärä

20.3.2024

Koe koostuu 13 tehtävästä, joista vastataan kymmeneen. Tehtävät on jaettu kolmeen osaan. A-osassa on neljä kaikille pakollista tehtävää. B1-osassa on viisi tehtävää, joista vastataan kolmeen. B2-osassa on neljä tehtävää, joista vastataan kolmeen. Kaikki tehtävät arvostellaan pistein 0–12, joten kokeen maksimipistemäärä on 120.

A-osassa saat käyttää koejärjestelmässä olevaa taulukkokirjaa ja perusohjelmia. A-osa palautetaan tehtävän 4 jälkeen olevalla painikkeella. Tämän jälkeen A-osan vastauksia ei voi enää muokata. A-osan palauttamisen jälkeen kaikki koejärjestelmän ohjelmat ovat käytettävissäsi. Voit vastata B-osien tehtäviin myös ennen A-osan palauttamista.

Useimmissa tehtävissä kaikkien osatehtävien vastaukset kirjoitetaan samaan vastauskenttään. Jaottele vastauksesi osatehtävien mukaisesti. Halutessasi voit tuottaa vastausten tueksi piirroksia, kaavioita tai taulukoita ja liittää niistä kuvakaappauksen mihin tahansa tekstivastaukseen.

Älä jätä mitään merkintöjä sellaisen tehtävän vastaukselle varattuun tilaan, jota et halua jättää arvosteltavaksi.

A-osa

Vastaa neljään tehtävään.

1. Perustehtäviä 12 p.

Valitse oikea vaihtoehto. Vastauksia ei tarvitse perustella. Oikea vastaus 2 p., väärä vastaus 0 p., ei vastausta 0 p.

1.1 Mikä on yhtälön $3x-8=34$ ratkaisu? 2 p.

$x=14$

1.2 Mikä on yhtälön $x^2-100=0$ positiivinen ratkaisu? 2 p.

$x=10$

1.3 Määritä se kohta, jossa suora $y=3x+12$ leikkaa x-akselin. 2 p.

$x=-4$

1.4 Määritä se kohta, jossa suora $y+2x-6=0$ leikkaa y-akselin. 2 p.

$y=6$

1.5 Mikä on funktion $f(x)=3x^8-68$ arvo kohdassa $x=2$? 2 p.

$f(2)=700$

1.6 Mikä on yhtälön $x^3+2197=0$ ratkaisu? 2 p.

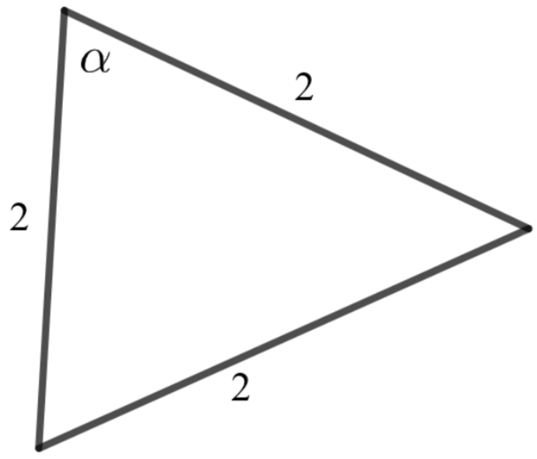
$x=-13$

2. Kulmanmetsästys 12 p.

Määritä kuviin merkityt tuntemattomat kulmat asteen tarkkuudella.

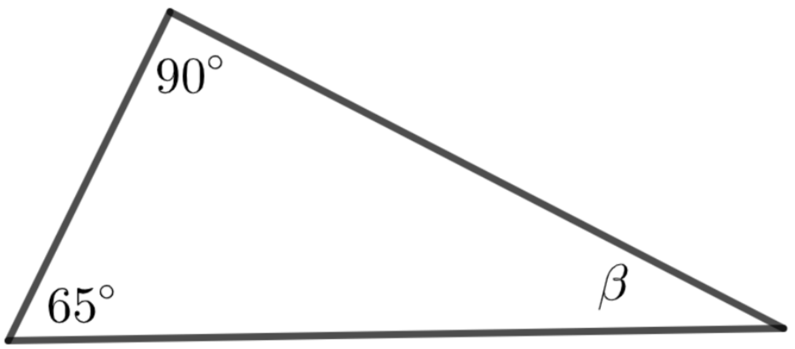
Kirjoita tämän tehtävän vastauskenttiin pelkät laskujen lopputulokset ilman välivaiheita ja perusteluja. Jokaisen kohdan vastaus on kokonaisluku.

2.1 Määritä kulma α. **2 p.**



$\alpha =$ 60 astetta

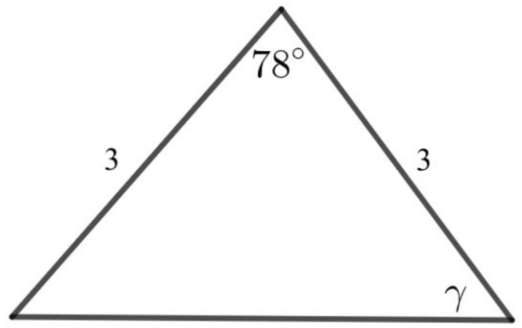
2.2 Määritä kulma β. **2 p.**



$\beta =$ 25 astetta

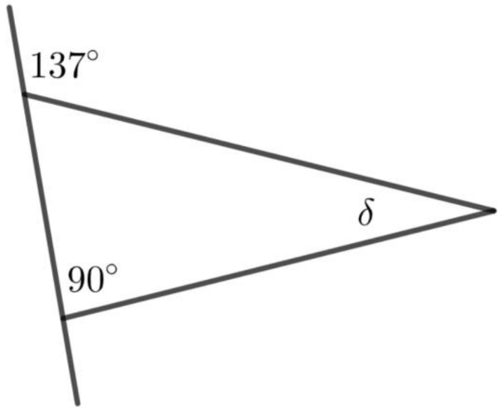
CASIO

2.3 Määritä kulma γ. 2 p.



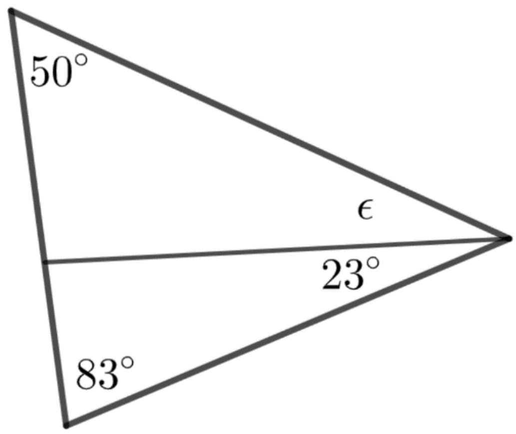
$\gamma =$ 51 astetta

2.4 Määritä kulma δ. 2 p.



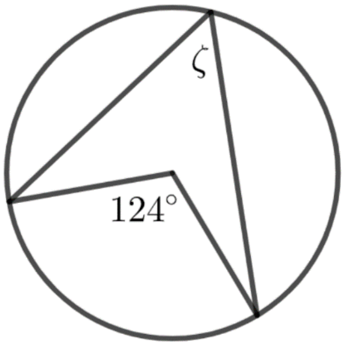
$\delta =$ 47 astetta

2.5 Määritä kulma ϵ. 2 p.



$\epsilon =$ 24 astetta

2.6 Määritä kulma ζ. 2 p.



$\zeta =$ 62 astetta

3. Laina 12 p.

Paju on ottanut 135 000 euron lainan, jonka kiinteä vuosikorko on 4,5 prosenttia ja takaisinmaksuaika 12 vuotta ja jota lyhennetään kuukausittain. Laske Pajun 13. maksuerä, kun kyseessä on

1. annuiteettilaina. **(6 p.)**
2. tasalyhennyslaina. **(6 p.)**

1. Korkokerroin on $1+\dfrac{4{,}5\%}{12}=1{,}00375$ ja lyhennyskertoja on $12\cdot 12=144.$ Annuiteetissa jokainen maksuerä on yhtä suuri. Sijoitetaan tehtävän arvot annuiteetin laskukaavaan kuukausierän laskemiseksi:

$$135000\cdot 1{,}00375^{144}\cdot\frac{1-1{,}00375}{1-1{,}00375^{144}}\approx 1215{,}01€.$$

2. Lyhennyksen suuruus $\dfrac{135000}{144}=937{,}50€$ on sama joka kuukausi, mutta korkojen osuus pienenee lainan vähetessä. 12 maksuerän jälkeen lainaa on jäljellä $135000-12\cdot 937{,}50=123750€$ ja tästä maksettava kuukausikohtainen korko on

$$\frac{4{,}5\%}{12}\cdot 123750=464{,}06€.$$

Niinpä 13. maksuerän suuruus on $937{,}50+464{,}06=1401{,}56€$

4. Eksponentiaalisia kuvaajia 12 p.

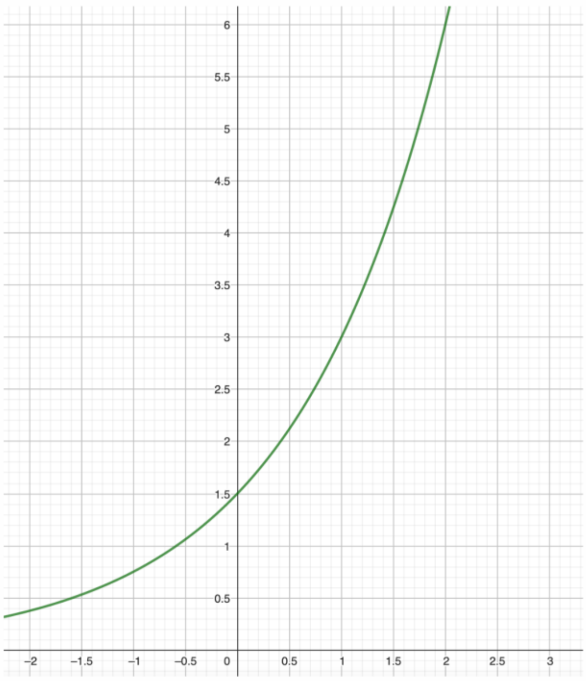
Aineisto

4.A Kuva: Eksponentiaalinen kuvaaja

4.B Kuva: Kolme kuvaajaa

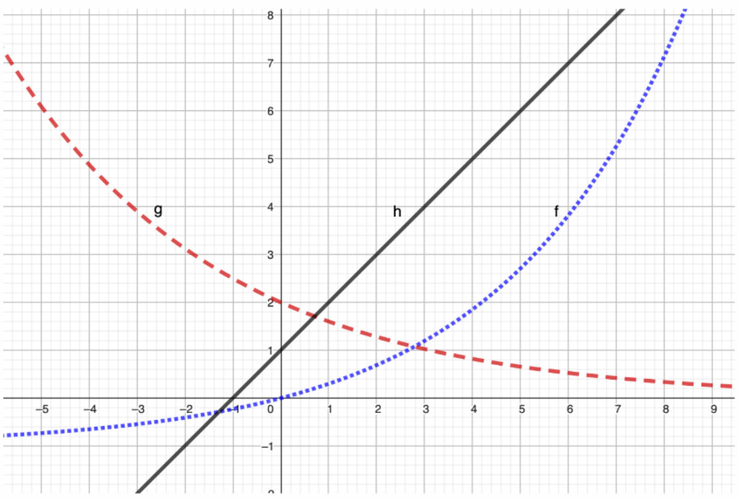
1. Kuvassa 4.A on funktion $u(x) = a\,b^x$ kuvaaja. Määritä vakiot a ja b. **(6 p.)**
2. Kuvassa 4.B on kuvaajat f, g ja h. Kaksi niistä ei ole muotoa $v(x) = c\,d^x$ olevan funktion kuvaaja millään vakioilla c ja d. Perustele, mitkä kaksi. **(6 p.)**

4.A Kuva: Eksponentiaalinen kuvaaja



Lähde: YTL.

4.B Kuva: Kolme kuvaajaa



Lähde: YTL.

1. Asetetaan $x = 0$, jolloin y-koordinaatin arvo eli funktion arvo kohdassa $x = 0$ saadaan laskettua: $u(0) = y = a \cdot b^0 = a \approx 1{,}5 \ (kuvaajasta)$. Valitaan kuvaajalta piste, jonka koordinaatit olisivat mahdollisimman helpot, esim. piste $(1{,}3)$. Sijoitetaan nämä koordinaatit funktioon ja ratkaistaan b: $u(1) \approx 3 \Leftrightarrow 1{,}5 \cdot b^1 \approx 3 \Leftrightarrow b \approx 2.$

2. Koska muotoa $v(x) = cd^x$ olevat funktiot saavat vain positiivisia $(c > 0)$ tai negatiivisia $(c < 0)$ arvoja, eivät funktioiden h tai f kuvaajat voi kuulua funktiolle $v(x)$, sillä ne saavat sekä positiivisia että negatiivisa arvoja. Arvolla $c = 0$ kyseessä olisi vakiofunktio $v(x) = 0$ eikä sen kuvaajaa ole mukana vaihtoehdoissa.

Katso aiempien yo-kokeiden ratkaisutja muut matematiikan tukimateriaalit osoitteesta

www.casio-laskimet.fi

B1-osa

Vastaa kolmeen tehtävään.

5. Koulutuspäivä 12 p.

Ohjelmistoyhtiö järjestää koulutuspäivän, jonka tilavuokrat ovat 1 000 euroa. Osallistumismaksu on 30 euroa, joka sisältää ruokailun koulutuspäivän lopuksi. Ruokailun järjestäminen maksaa ohjelmistoyhtiölle 11,50 euroa jokaista ruokailijaa kohti, mutta järjestäjät arvioivat, että puolet osallistujista lähtee kotiin heti koulutuksen päätyttyä eikä osallistu ruokailuun. Kuinka monta osallistujaa koulutuspäivään pitäisi saada, jotta se ei tuottaisi tappiota ohjelmistoyhtiölle? Vastaa kysymykseen muodostamalla ongelmaa kuvaava yhtälö tai epäyhtälö ja ratkaisemalla se. Tehtävässä ei huomioida veroja.

x osallistujan osallistumismaksuista kertyy tuottoja 30x euroa. Menot ovat tilavuokran ja ruokailun osalta $1000+\frac{x}{2}*11,50$ euroa. Jotta tappiota ei tulisi, pitää tulojen ylittää menot:

solve$(30x>1000+\frac{x}{2}*11.50, x)$

$\{x>41.2371134\}$

Vastaus: Osallistujia pitää olla vähintään 42 henkilöä.

6. Puun hinta 12 p.

Aineisto

6.A Taulukko: Raakapuusta maksettu kuutiohinta euroissa

Taulukossa 6.A on esitetty loppuvuonna 2022 raakapuusta harvennushakkuun yhteydessä maksetun kuutiohinnan keskiarvoja eri alueilla.

Mikolla on mäntyä kasvava metsäpalsta Etelä-Suomessa ja Maijulla kuusta kasvava palsta Kainuussa. Mikon palstalta hakattiin harvennushakkuussa noin 110 kuutiometriä puuta, josta 40 % oli tukkipuuta ja 60 % kuitupuuta. Maijun palstalta hakattiin harvennuksessa noin 120 kuutiometriä puuta, josta 70 % oli tukkipuuta ja 30 % kuitupuuta. Kuinka paljon Mikolle ja Maijulle maksettiin hakkuista, kun puun ostaja maksoi heille puun hinnan lisäksi 24 %:n arvonlisäveron?

Mikon metsätulot olivat

1.24*(0.40*110*64.16+0.60*110*20.63)

5188.9288

ja Maijun

1.24*(0.70*120*54.48+0.30*120*17.61)

6460.7472

Vastaus: Mikon tulot olivat n. 5200 euroa ja Maijun n. 6500 euroa.

6.A Taulukko: Raakapuusta maksettu kuutiohinta euroissa

	tukkipuu, mänty	tukkipuu, kuusi	kuitupuu, mänty	kuitupuu, kuusi	
Etelä-Suomi	64,16	65,47	20,63	21,09	<= Mikko
Keski-Suomi	63,90	64,33	21,29	22,32	
Savo-Karjala	59,02	59,59	20,46	21,56	
Kymi-Savo	65,29	65,19	22,17	22,07	
Etelä-Pohjanmaa	56,88	56,36	20,11	tieto puuttuu	
Pohjois-Pohjanmaa	58,18	58,33	20,77	21,30	
Kainuu-Koillismaa	55,34	54,48	18,09	17,61	<= Maiju
Lappi	54,46	53,87	17,87	17,79	

Lähde: Metsälehti 21/2022, s. 13. Viitattu: 25.11.2022. Muokkaus: YTL.

7. Tiimalasi 12 p.

Aineisto

7.A Kuva: Tiimalasi

Tiimalasi koostuu kahdesta samanlaisesta osasta, jotka on asetettu vastakkain; katso esimerkki kuvassa 7.A. Yhden osan korkeus on 18 cm. Tiimalasi sisältää nestettä, joka valuu hitaasti yläosasta alaosaan. Nestettä on sen verran, että tiimalasin alaosa on täynnä nestettä, kun yläosa on tyhjentynyt.

Tiimalasi käännetään, kun kaikki neste on alaosassa. Kääntämisestä kulunut aika t minuutteina voidaan laskea kaavalla

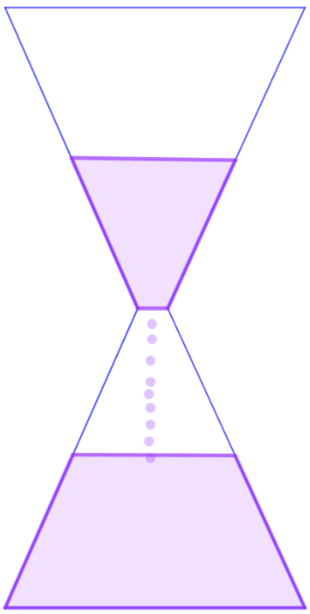
$$t = 120\left(1 - \left(1 - \frac{h}{18}\right)^3\right),$$

jossa h on (uudessa) alaosassa olevan nesteen pinnan korkeus senttimetreinä pohjasta mitattuna.

1. Millä korkeudella tiimalasin pohjalla olevan nesteen pinta on, kun aikaa kääntämisestä on kulunut tasan tunti? **(4 p.)**
2. Kun aikaa on kulunut 13 minuuttia, niin tiimalasin pohjalla on 1,0 desilitraa nestettä. Tiedetään, että tiimalasin pohjalla olevan nesteen määrä on suoraan verrannollinen kääntämisestä kuluneeseen aikaan. Kuinka paljon nestettä tiimalasissa kaiken kaikkiaan on? **(8 p.)**

7. Tiimalasi

7.A Kuva: Tiimalasi



Lähde: YTL.

1. Ratkaistaan yhtälöstä nesteen pinnan korkeus pohjasta h, kun aika on 60 minuuttia:

$\text{solve}\left(60=120\left(1-\left(1-\frac{h}{18}\right)^3\right), h\right)$

$\{h=3.713390532\}$

2. Ratkaistaan ensin aika t, joka kuluu, kun kaikki neste valuu 18cm korkeaan alaosaan:

$\text{solve}\left(t=120\left(1-\left(1-\frac{18}{18}\right)^3\right), t\right)$

$\{t=120\}$

Muodostetaan ja ratkaistaan suoraan verrannollisuudesta verrantoyhtälö, jossa nesteen kokonaismäärää desilitroina merkitään V:

$\text{solve}\left(\frac{1}{13}=\frac{V}{120}, V\right)$

$\{V=9.230769231\}$

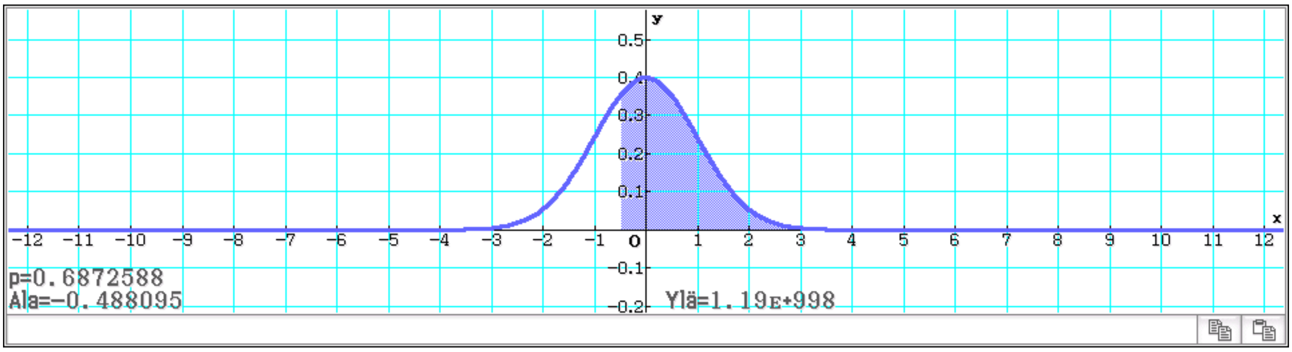
Vastaus: 1. Noin 3,7cm. 2. Noin 9,2dl.

8. Vitamiinipitoisuus 12 p.

Yritys valmistaa D3-vitamiinikapseleita. Pakkauksen mukaan yksi kapseli sisältää 50 mikrogrammaa D3-vitamiinia. Yritys antaa kapseleiden laadunvarmistuksen erään tutkimuslaitoksen tehtäväksi. Laitoksen mikrobiologi määrittää yhden kapselin sisältämän D3-vitamiinin määrän olevan normaalijakautunut odotusarvona 54,1 mikrogrammaa ja keskihajontana 8,4 mikrogrammaa.

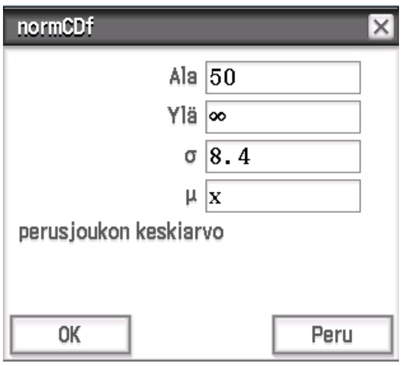
1. Vitamiinin käyttäjä valitsee pakkauksesta umpimähkään yhden kapselin. Millä todennäköisyydellä kapseli sisältää vähintään 50 mikrogrammaa D3-vitamiinia? **(5 p.)**
2. Yritys haluaa varmistaa, että 95 % kapseleista sisältää vähintään 50 mikrogrammaa D3-vitamiinia. Millä D3-vitamiinimäärän odotusarvolla tämä vaatimus saavutetaan laadunvarmistuksessa? Oletetaan, että vitamiinin määrän kasvattaminen ei vaikuta keskihajontaan. **(7 p.)**

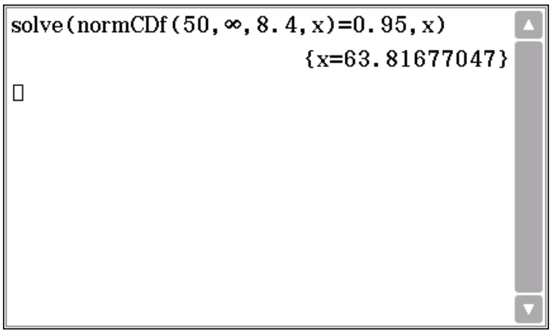
1. Käytetään ClassPad Managerin taulukko- tai tilastosovelluksesta löytyvää jakaumien laskemista.



Kapseli sisältää vähintään 50 mikrogrammaa D3-vitamiinia todennäköisyydellä 68,7%.

2. Ratkaistaan ClassPad Managerin pääsovelluksessa. Apuna voidaan käyttää avustin-valikon normaalijakaumaa, jolloin parametrien paikkoja komennon sisällä ei tarvitse muistaa ulkoa. Syötetään alarajaksi 50, ylärajaksi riittävän iso luku (esimerkkiratkaisussa ääretön), keskihajonnaksi 8,4 ja merkitään kysyttyä odotusarvoa x. Saadun syntaksin perusteella ratkaistaan yhtälö, jossa todennäköisyys odotusarvolla x on 95%. Vastaus on n. 63,8 mikrogrammaa.





Toinen tapa on tutkia käänteisen normaalijakauman avulla, millä odotusarvolla saadaan 95% todennäköisyys. 63 mikrogrammaa on liian vähän antaen todennäköisyydeksi n. 49,2%:

64 mikrogrammaa on liian paljon, koska todennäköisyys on n. 50,2%:

Jatkamalla haarukointia päädytään arvoon n. 63,81677 mikrogrammaa, joka pyöristettynä tehtävän lukujen tarkkuuteen on n. 63,8 mirkogrammaa:

9. Funktion muutosnopeus 12 p.

Tarkastellaan polynomifunktiota $p(x) = x^3 + 2x^2 - 11x - 1$.

1. Osoita laskulla, että välillä $0 \leq x \leq 3$ funktion p keskimääräinen muutosnopeus on 4. **(4 p.)**
2. Määritä väliltä $0 \leq x \leq 3$ kaikki sellaiset kohdat, joissa funktion p hetkellinen muutosnopeus on yhtä suuri kuin keskimääräinen muutosnopeus 4. **(8 p.)**

1. Keskimääräinen muutosnopeus on sama kuin kahden funktion kuvaajan pisteen yhdistävän suoran kulmakerroin. Määritellään funktio p(x) myöhempiä laskujan varten:

define $p(x)=x^3+2x^2-11x-1$

done

Kulmakertoimeksi välin $0 \leq x \leq 3$ päätepisteiden kautta kulkevalle suoralle saadaan

$$\frac{p(3)-p(0)}{3-0}$$

4

Keskimääräinen muutosnopeus välillä $0 \leq x \leq 3$ on siis 4.

2. Hetkellinen muutosnopeus on derivaattafunktion arvo pisteessä. Ratkaistaan siis yhtälö, jossa funktion derivaattafunktio saa arvon 4 välillä $0 \leq x \leq 3$:

$$\text{solve}\left(\frac{d}{dx}(p(x))=4\right) \mid 0 \leq x \leq 3$$

$$\left\{x=\frac{5}{3}\right\}$$

Vastaus: Ainoa välille $0 \leq x \leq 3$ kuuluva piste, jossa hetkellinen muutosnopeus on 4, on $x=\frac{5}{3}$.

B2-osa

Vastaa kolmeen tehtävään.

10. Oppilaan ratkaisutapa 12 p.

Oppilas kertoo keksineensä helpon tavan laskea murtolukujen jakolaskun: "Jaan osoittajat keskenään ja nimittäjät keskenään, jolloin saan suoraan vastauksen murtolukuna." Esimerkkinä hän mainitsee

$$\frac{3}{20} : \frac{1}{4} = \frac{3:1}{20:4} = \frac{3}{5}.$$

1. Onko esimerkkilaskun lopputulos oikein? **(2 p.)**
2. Laske oppilaan menetelmällä $\frac{6}{35} : \frac{3}{5}$. **(4 p.)**
3. Keksi esimerkki, jossa ratkaisutapa tuottaa lopputuloksena murtoluvun, joka ei ole supistetussa muodossa. **(6 p.)**

Tässä murtoluku on muotoa $\frac{n}{m}$ tai $-\frac{n}{m}$ oleva merkintä, jossa n on luonnollinen luku ja m on positiivinen kokonaisluku.

1. Oppilaan tavalla saatu vastaus on oikein, sillä $\frac{3}{20}:\frac{1}{4} = \frac{3}{20}*\frac{4}{1} = \frac{3}{5}$.

2. Oppilaan tavalla $\frac{6}{35}:\frac{3}{5} = \frac{6:3}{35:5} = \frac{2}{7}$.

3. Valitaan esim. $\frac{10}{100}:\frac{2}{5} = \frac{10:2}{100:5} = \frac{5}{20}$. Lasku supistuu vielä muotoon $\frac{1}{4}$, joten oppilaan tapa ei antanut supistettua muotoa.

11. Maitotölkki 12 p.

Maitotölkki voidaan mallintaa suorakulmaisena särmiönä ja sen päällä olevana yläosana. Oletetaan, että täydessä maitotölkissä maito täyttää täsmälleen särmiöosan.

1. Sekä litran että 1,75 litran maitotölkin pohja on neliö ja särmiöosan korkeus on 20 cm. Määritä kummassakin tapauksessa pohjaneliön sivun pituus. **(4 p.)**
2. Arvioidaan pakkauksen materiaalin määrää kaavalla $A_1 + 4{,}5 \cdot A_2$, missä A_1 on särmiön sivutahkojen yhteenlaskettu pinta-ala ja A_2 on pohjaneliön pinta-ala. Kummassa maitotölkissä on enemmän pakkausmateriaalia suhteessa maidon määrään? **(8 p.)**

1. Särmiön tilavuus lasketaan pohjan ala * korkeus, joka tässä tapauksessa on 2dm. Pohjan alaksi isommalle purkille saadaan

solve(A1*2=1.75,A1)

{A1=0.875}

Koska pohjan ala oli neliö, saadaan neliön sivun pituus x_iso ratkaistua yhtälöstä

solve((x_iso)^2=0.875,x_iso)|x_iso>0

{x_iso=0.9354143467}

Toistetaan täsmälleen sama rutiini pienemmän purkin osalta:

solve(A2*2=1,A2)

{A2=0.5}

solve((x_pieni)^2=0.5,x_pieni)|x_pieni>0

{x_pieni=0.7071067812}

Vastaus: Isomman purkin pohjan sivun pituus on n. 9,4cm ja pienemmän purkin pohjan sivun pituus on n. 7,1cm.

2. Suurempaan tölkkiin kuluu materiaalia (yksikkönä dm^2)

$4*2*\sqrt{0.875}+4.5*0.875$

11.42081477

Suhteessa maidon määrään tämä on (dm^2/l)

$\frac{11.42081477}{1.75}$

6.526179869

Pienempään tölkkiin kuluu materiaalia (yksikkönä dm^2)

$4*2*\sqrt{0.5}+4.5*0.5$

7.906854249

Suhteessa maidon määrään tämä on (dm^2/l)

$\frac{7.906854249}{1}$

7.906854249

Vastaus: Pienemmässä tölkissä on siis enemmän materiaalia suhteessa maidon määrään.

12. Todennäköisyyslaskennan alkuperä 12 p.

Todennäköisyyslaskenta sai alkunsa 1600-luvun Ranskasta, jossa eräissä piireissä harjoitettiin uhkapeliä. Antoine Gombaud oli ranskalainen kirjailija ja peluri, joka huomasi, että voiton todennäköisyys oli eri kahdessa noppapelissä, mutta hän ei pystynyt perustelemaan tätä matemaattisesti. Koska Gombaud käytti myös nimeä Chevalier de Méré, tätä kutsutaan *de Mérén ongelmaksi*. Pelien periaatteet ovat seuraavat:

- Kummassakin pelissä haastaja pelasi de Méréä vastaan. Sekä haastaja että de Méré laittoivat pottiin saman verran rahaa, ja voittaja sai koko potin.
- Ensimmäisessä pelissä de Méré heitti yhtä noppaa neljä kertaa. Jos hän sai vähintään yhden kuutosen, hän voitti, muussa tapauksessa hän hävisi. Kokemus osoitti, että tämä oli de Mérélle tuottoisa peli.
- Toisessa pelissä de Méré heitti kahta noppaa yhtä aikaa 24 kertaa. Jos hän sai vähintään yhden kuutosparin, hän voitti, muussa tapauksessa hän hävisi. Tämä peli osoittautui kuitenkin tappiolliseksi de Mérélle.

Vastatakseen de Mérén ongelmaan kaksi aikalaismatematiikkoa, Blaise Pascal ja Pierre de Fermat, kehittivät todennäköisyyslaskennan teorian alkeet ja osoittivat, että pitkällä aikavälillä de Méré voittaa ensimmäisessä pelissä ja häviää toisessa. Osoita tämä todennäköisyyslaskennan keinoin.

1. Todennäköisyys saadaan helpoiten vastatapahtuman avulla: P("vähintään 1 kuutonen 4 heitolla")=1−("ei yhtään kuutosta 4 heitolla")=

$$1-\left(\frac{5}{6}\right)^4$$

0.5177469136

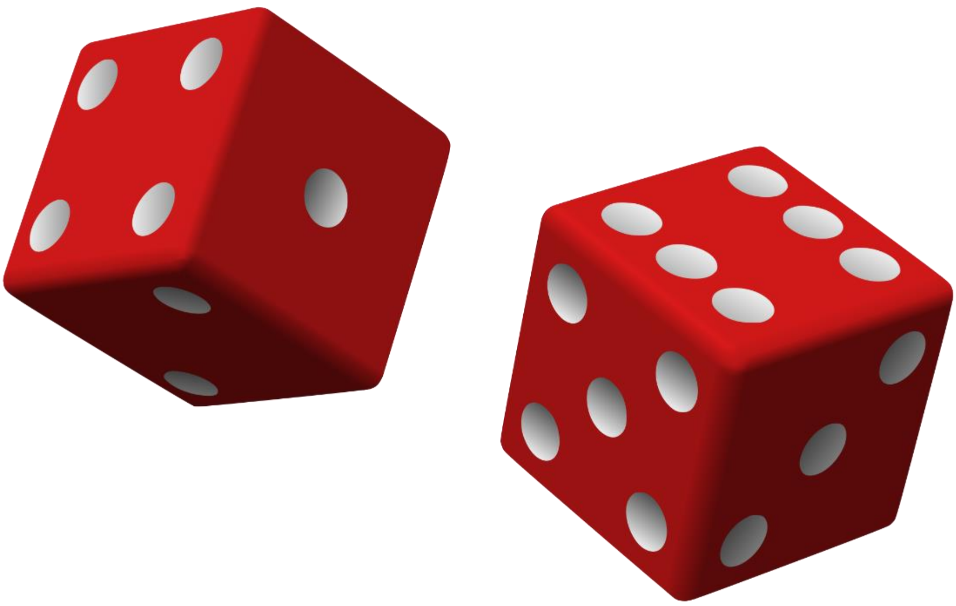
Todennäköisyys on yli 50%, joten tämä on de Mérélle voittava peli.

P("vähintään 1 kuutospari 24 kahden nopan heitolla")=1−P("ei yhtään kuutosparia 24 kahden nopan heitolla")=

$$1-\left(\frac{35}{36}\right)^{24}$$

0.4914038761

Koska todennäköisyys on alle 50%, tämä on tappiota tuottava peli, kunhan pelikertoja on riittävästi.



13. Derivoiva avaruusluotain 12 p.

Avaruusluotain mittaa planeetan lämpötilaa. Sen piti lähettää tietoa lämpötilasta funktiona $T(t)$ aikavälillä $0 \leq t \leq 9$. Ohjelmistovirheen takia saatiin kuitenkin vain tieto, että funktion derivaatta $T'(t)$ on negatiivinen, kun $t < 2$, positiivinen, kun $2 < t < 4$, ja jälleen negatiivinen, kun $t > 4$. Tutkijat miettivät, mitä tämän perusteella voidaan sanoa lämpötilasta T.

1. Hahmottele esimerkki lämpötilafunktion T kuvaajasta, jolla on lisäksi se ominaisuus, että lämpötilan suurin arvo saavutetaan hetkellä $t = 4$. **(6 p.)**
2. Hahmottele esimerkki lämpötilafunktion T kuvaajasta, jolla on lisäksi se ominaisuus, että lämpötilan suurinta arvoa ei saavuteta hetkellä $t = 4$. **(6 p.)**

Selitä kummassakin tapauksessa sanallisesti, miten vaaditut lämpötilafunktion ominaisuudet näkyvät kuvaajassa.

1\. Valitaan helppouden vuoksi lineaariset funktiot.

* Välillä $0 \leq t < 2$ pitää derivaatan olla negatiivinen eli suoran pitää olla laskeva.
* Välillä $2 < t < 4$ pitää derivaatan olla positiivinen eli suoran pitää olla nouseva.
* Välillä $4 < t \leq 9$ pitää derivaatan olla negatiivinen, joten taas valitaan laskeva suora.
* Kohdassa $t=4$ pitää funktiolla olla korkein kohta.

Valitaan esimerkiksi funktioksi (piirtämistä varten korvataan muuttuja t muuttujalla x)

$$\text{define } T(x)=\begin{cases} -x+2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 2x-4, & 2 \leq x \leq 4 \\ -x+8, & 4 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

done

Kuvaaja =>

Kohdassa x=4 (t=4) funktio saa suurimman arvonsa 4.

CASIO

2. Hyödynnetään 1. -kohtaa, mutta muutetaan suurimman arvon sijaintia.

* Välillä $0 \leq t < 2$ pitää derivaatan olla negatiivinen eli suoran pitää olla laskeva.
* Välillä $2 < t < 4$ pitää derivaatan olla positiivinen eli suoran pitää olla nouseva.
* Välillä $4 < t \leq 9$ pitää derivaatan olla negatiivinen, joten taas valitaan laskeva suora.
* Kohdassa $t=4$ funktiolla ei saa olla korkein kohta (suurin arvo).

Valitaan esimerkiksi funktioksi (piirtämistä varten korvataan muuttuja t muuttujalla x)

$$\text{define } T(x)=\begin{cases}-x+2, & 0\leq x\leq 2\\ 0.5x-1, & 2\leq x\leq 4\\ -x+5, & 4\leq x\leq 9\end{cases}$$

done

Kuvaaja =>

Nyt lämpötilan muutoksen suurin arvo saadaan välin alkupisteessä $x=0$ $(t=0)$.